

付録 I アルカリ原子の超微細構造準位間の遷移強度

I.1 レーザーの偏光状態と遷移選択則

原子と相互作用するレーザー光の偏光として、 z 方向の直線偏光（ π 偏光）、 x - y 平面内の反時計回りの円偏光（ σ_+ 偏光）、 x - y 平面内の時計回りの円偏光（ σ_- 偏光）を考える．それぞれの偏光状態を持つレーザー光の原子位置での電場変化は、

$$\mathbf{E}_\pi(t) = E_0 \hat{z} \cos \omega t \quad (\text{I.1})$$

$$\mathbf{E}_{\sigma_+}(t) = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} (\hat{x} \cos \omega t + \hat{y} \sin \omega t) \quad (\text{I.2})$$

$$\mathbf{E}_{\sigma_-}(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\hat{x} \cos \omega t - \hat{y} \sin \omega t) \quad (\text{I.3})$$

と表させる．これらの電場と原子との相互作用ハミルトニアンは回転波近似のもとでは、

$$\hat{H}_{\text{int}} = e \hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{E} = e \frac{E_0}{2} \hat{D}_q^{(1)} \exp(-i\omega t) \quad (\text{I.4})$$

となる．ここで

$$\hat{D}_q^{(1)} \equiv \begin{cases} \hat{D}_z & (q=0) \\ -(\hat{D}_x + i\hat{D}_y)/\sqrt{2} & (q=1) \\ (\hat{D}_x - i\hat{D}_y)/\sqrt{2} & (q=-1) \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

は階数 1 の規約テンソル演算子で、 $q=0, 1, -1$ がそれぞれ π 、 σ_+ 、 σ_- 偏光に対応している．状態の量子化軸は z 方向とすると、超微細構造の基底状態 $|F_g, M_g\rangle$ と励起状態 $|F_e, M_e\rangle$ 間の電気双極子モーメントは

$$\mu_{eg} = e \langle F_e, M_e | \hat{D}_q^{(1)} | F_g, M_g \rangle \quad (\text{I.6})$$

と表される．ここで、光子の偏光状態を形式的に角運動量 1 を持つとし、その状態を $|1, q\rangle$ ($q=0, 1, -1$) と表す．この状態 $|1, q\rangle$ と基底状態 $|F_g, M_g\rangle$ の角運動量を合成した新しい状態を $|F_g \oplus 1; F, M\rangle$ ($F = F_g - 1, F_g, F_g + 1$ は合成した状態の角運動量の大きさ、

$M = -F, \dots, 0, \dots, F$ は角運動量の z 成分)と表す. また、基底状態 $|F_g, M_g\rangle$ と光子の偏光状態 $|1, q\rangle$ の直積 $|F_g, M_g\rangle \otimes |1, q\rangle$ を $|F_g, 1; M_e, q\rangle$ と表すとする. このとき、**ウィグナー・エッカルトの定理**より、

$$\langle F_e, M_e | \hat{D}_q^{(1)} | F_g, M_g \rangle = \langle F_g, M_g \otimes 1, q | F_g \oplus 1; F_e, M_e \rangle \frac{\langle F_e \| \hat{D}_q^{(1)} \| F_g \rangle}{\sqrt{2F_g + 1}} \quad (\text{I.7})$$

が成立する*. $\langle F_g, M_g \otimes 1, q | F_g \oplus 1; F_e, M_e \rangle$ は**クレブシュ・ゴルダン係数**で、 $M_g + q = M_e$ かつ $F_g, F_e, 1$ が三角不等式を満たす場合のみ 0 でない値を持つ. この性質から、遷移選択則

$$\cdot \Delta F = F_e - F_g = 0, \pm 1 \quad (\text{ただし } 0 \leftrightarrow 0 \text{ は禁止}) \quad (\text{I.8})$$

$$\cdot \Delta M = M_e - M_g = \begin{cases} 0 & (q = 0: \pi \text{ 偏光}) \\ +1 & (q = +1: \sigma^+ \text{ 偏光}) \\ -1 & (q = -1: \sigma^- \text{ 偏光}) \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

が得られる.

I.2 超微細構造準位間の遷移強度

電気双極子モーメントの具体的な値は以下の式で与えられる[110]:

$$\mu_{eg} = a(F_g, M_g, F_e, M_e, q) \left(\frac{6\pi\epsilon_0 \hbar c^3 \gamma}{\omega^3} \right)^{1/2} \quad (\text{I.10})$$

ただし、

$$a(F_g, M_g, F_e, M_e, q) = (-1)^{1+I+J_e+F_g+F_e-M_e} \sqrt{2J_e+1} \sqrt{2F_g+1} \sqrt{2F_e+1} \\ \times \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -M_e & q & M_g \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_e & 1 & F_g \\ J_g & I & J_e \end{Bmatrix}. \quad (\text{I.11})$$

ここで $a(F_g, M_g, F_e, M_e, q)$ はクレブシュ・ゴルダン係数, $()$ はウィグナーの $3j$ 記号, $\{ \}$ は $6j$ 記号, I は核スピンの大きさである. $a(F_g, M_g, F_e, M_e, q) = 1$ のとき、 $|\mu_{eg}|$ の値は二

* $\langle F_e \| D_q^{(1)} \| F_g \rangle$ は還元行列要素と呼ばれ、 M_e, M_g, q に依らない.

準位系の場合 (付録 G、式 (G.63)) と一致する。遷移強度は電気双極子モーメント μ_{eg} の自乗、つまりクレブシュ・ゴルダン係数 $a(F_g, M_g, F_e, M_e, q)$ の自乗に比例する。この値を ^{87}Rb 原子 ($I=3/2$) の D_2 -線 ($5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{3/2}$) の場合についてまとめたのが図 I.1 である。

I.3 プローブ光の実効的吸収断面積

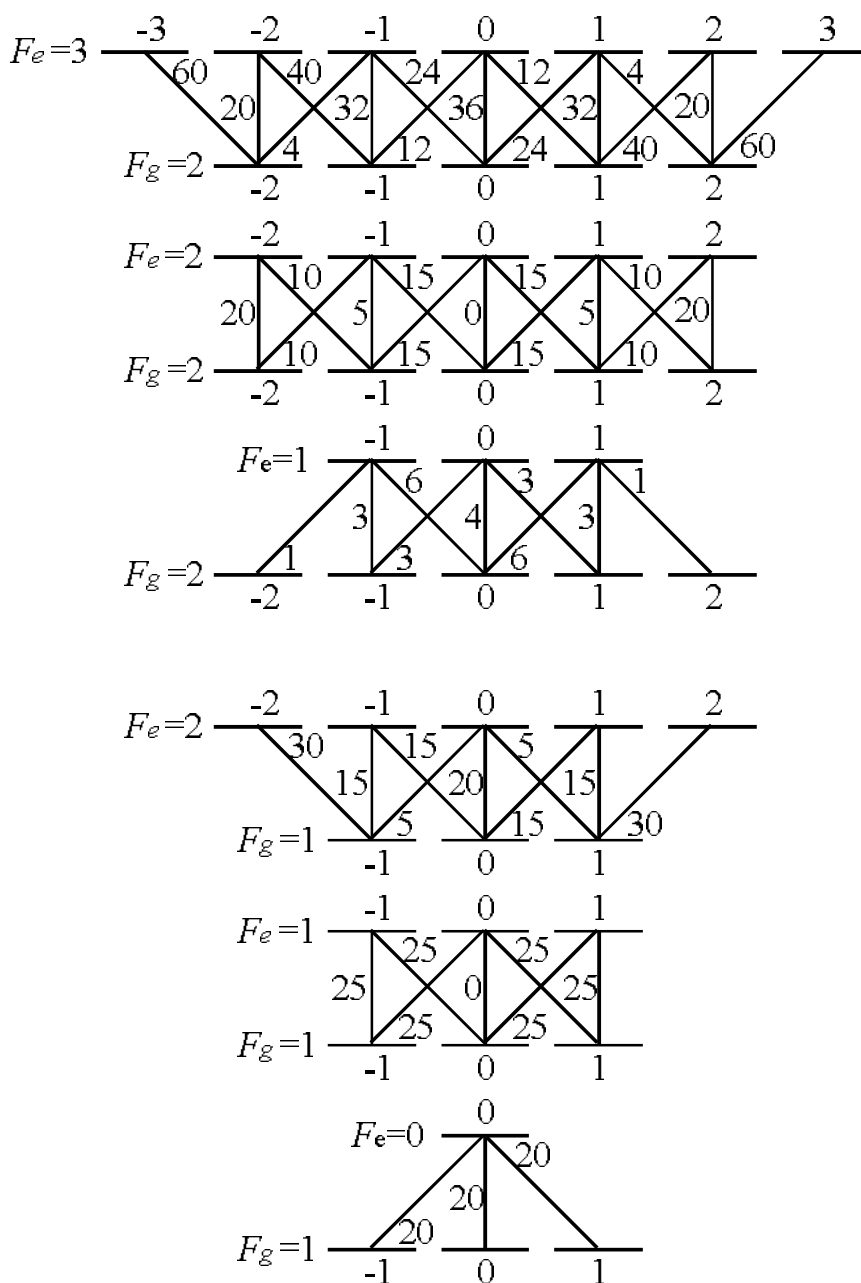


図 I.1 超微細構造準位間の遷移強度。数字はクレブシュ・ゴルダン係数 $a(F_g, M_g, F_e, M_e, q)$ の自乗を 60 倍したもの。 $F_g = 2, M_g = 2(-2) \leftrightarrow F_e = 3, M_e = 3(-3)$ 遷移は、閉じた二準位系であり、最大の遷移強度 ($a^2=1$) を持つ。

実際の実験では、磁気副準位は縮退している場合（磁場がゼロの場合）が多く、レーザー光は、複数の磁気副準位と相互作用する．よって、原子の実効的吸収断面積は、複数の遷移からの寄与を平均したものになる．

^{87}Rb 原子 ($I=3/2$) の D_2 -線 ($5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{3/2}$) を例にして、次の 4 つの場合を考える．

原子が基底状態 $F_g=1$ および 2 のすべての磁気副準位に均等に分布している場合

$F_g=1$ の磁気副準位内で均等に分布している場合

$F_g=2$ の磁気副準位内で均等に分布している場合

磁気副準位 $F_g=2, M_g=2(-2)$ に分布している場合

は普通の気体セルに光ポンピングが起きない程十分弱いプローブ光をあてた場合に対応する．、 は、プローブ光とは別のポンピング光により積極的に原子を一方の超微細構造準位 $F_g=1$ または $F_g=2$ に光ポンピングした場合に対応する．リポンブ光を照射した磁気光学トラップ中の原子集団の場合は、 ($F_g=2$) に当てはまる． は +偏光 (-偏光) で原子を磁気副準位 $F_g=2, M_g=2$ ($F_g=2, M_g=-2$) へ光ポンプかつプローブする場合に対応する．この場合、原子系は閉じた二準位系になり、最大の吸収断面積 $\sigma_{abs} = 6\pi\lambda^2$ を与えるが、実験の際には偏極したスピン状態を維持するためのバイアス磁場が必要になる． ~

それぞれの場合における各遷移の有効吸収断面積は表 I.1 のようになる． の場合を除いて、表の値はレーザーの偏光状態に依らない．

分布条件 遷移	$F_g=1, 2$ に 均等に分布	$F_g=1$ 内で 均等に分布	$F_g=2$ 内で 均等に分布	$F_g=2, M_g=2(-2)$ に分布
$F_g=2 \quad F_e=3$	14/48	-	14/30	1 (+(-)偏光)
$F_e=2$	5/48	-	5/30	-
$F_e=1$	1/48	-	1/30	-
$F_g=1 \quad F_e=2$	5/48	5/18	-	-
$F_e=1$	5/48	5/18	-	-
$F_e=0$	2/48	2/18	-	-

表 I.1 超微細構造の各遷移の実効吸収断面積． $F_g=2, M_g=2(-2) \leftrightarrow F_e=3, M_e=3(-3)$ 遷移の吸収断面積 ($\sigma_{abs} = 6\pi\lambda^2$) を基準にした．