

光格子とブロッホバンド

双極子力(dipole force) ポテンシャル

(ある状態のポテンシャルエネルギー) = -(その状態へもっていくまでに外力のした仕事)

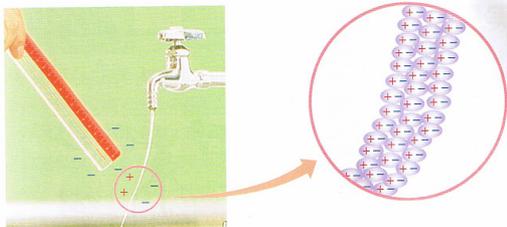


図 15 誘電分極によって帯電体に引きつけられる水道の水(極性をもつ分子の場合)
啓林館「高等学校物理I」p19

誘電分極(電場に比例する場合)

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

原子レベルでは

$$\mathbf{p} = \epsilon_0 \chi_a \mathbf{E} = \alpha \mathbf{E}$$

電場が分極にする仕事は $\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ なので

$$\begin{aligned} U &= -\int_0^t \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} dt \\ &= -\int_0^t \frac{d\mathbf{p}}{dt} \cdot \mathbf{E} dt = -\int_0^{\mathbf{p}} d\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \\ &= -\epsilon_0 \chi_a \int_0^{\mathbf{E}} d\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \\ &= -\frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_a E^2 \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \end{aligned}$$

一般的な電場と分極との線形関係

$$P e^{-i\omega t} = \epsilon_0 \chi(\omega) E e^{-i\omega t}$$

$$\chi(\omega) = \chi'(\omega) + i\chi''(\omega) : \text{複素電気感受率}$$

同位相

正: 90度遅れた位相 → 吸収

→ 屈折率

負: 90度進んだ位相 → 誘導放出

$$D = P + \epsilon_0 E = \epsilon_0 (1 + \chi(\omega)) E = \epsilon E$$

$$\epsilon(\omega) \equiv \epsilon_0 (1 + \chi(\omega)) : \text{複素誘電率}$$

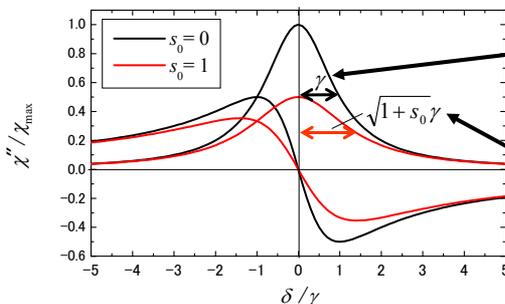
2準位原子の複素電気感受率

量子論的2準位原子

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi'_a = -6\pi\tilde{\lambda}^3 \gamma \frac{\delta}{\delta^2 + (1+s_0)\gamma^2} \\ \chi''_a = 6\pi\tilde{\lambda}^3 \gamma \frac{\gamma}{\delta^2 + (1+s_0)\gamma^2} \end{array} \right. \gamma \rightarrow \sqrt{1+s_0}\gamma$$

古典的調和振動子

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi'_a = -6\pi\tilde{\lambda}^3 \gamma \frac{\delta}{\delta^2 + \gamma^2} \\ \chi''_a = 6\pi\tilde{\lambda}^3 \gamma \frac{\gamma}{\delta^2 + \gamma^2} \end{array} \right.$$



自然幅
(natural linewidth)

飽和(パワー)広がり
(power broadening)

$$\sqrt{1+s_0}\gamma = \sqrt{1+I/I_s}\gamma$$

交流電場による双極子ポテンシャル (AC Stark shift、light shift)

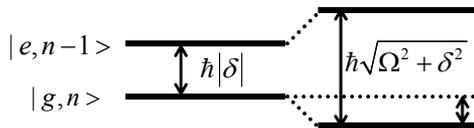
$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi'_a E^2 = -\frac{1}{2c} \chi'_a I(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^2 \delta} I(\mathbf{r})$$

(別解)ドレズド原子の描像

$$H = \hbar\omega_L a^\dagger a + \hbar\omega_0 \sigma^+ \sigma^- + \hbar g(a^\dagger \sigma^- + a \sigma^+)$$

エネルギーの基準を $|g, n\rangle$ と $|e, n-1\rangle$ の間にとると

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \delta & \Omega \\ \Omega & -\delta \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \delta &\equiv \omega_L - \omega_0 \\ \Omega &\equiv 2g\sqrt{n} \end{aligned}$$



飽和パラメタ

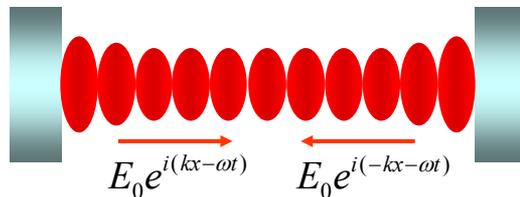
$$s_0 \equiv \frac{\Omega^2}{2\gamma^2} = I/I_s$$

飽和強度

$$I_s \equiv \frac{c\hbar\Gamma}{12\pi\lambda^3}$$

$$\Delta E \approx \frac{\hbar\sqrt{\Omega^2 + \delta^2} - \hbar|\delta|}{2} \cong \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta}$$

光定在波の作るポテンシャル



$$E(x, t) = E_0 e^{i(k_L x - \omega t)} + E_0 e^{i(-k_L x - \omega t)} = 2E_0 \cos k_L x \cdot e^{-i\omega t}$$

$$I(x) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E^2 = I_0 \cos^2 k_L x \quad \left(I_0 = 4 \cdot \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \right)$$

$$V(x) = -V_{\text{lat}} \cos^2 k_L x = -\frac{1}{4} V_{\text{lat}} (e^{2ik_L x} + e^{-2ik_L x} + 2)$$

無視

光定在波中の原子のハミルトニアン

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{4} V_{\text{lat}} (e^{2ik_L x} + e^{-2ik_L x})$$

$$\psi(x) = \sum_k C_k e^{ikx} \quad \leftarrow \text{波動関数を平面波の重ね合わせで表す。}$$

反跳エネルギー

$$E_R \equiv \frac{(\hbar k_L)^2}{2m}$$

ハミルトニアンを運動量の固有状態(平面波)で行列表示すると

$$H = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -V_{\text{lat}}/4 & (k/k_L + 2)^2 E_R & -V_{\text{lat}}/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -V_{\text{lat}}/4 & (k/k_L)^2 E_R & -V_{\text{lat}}/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_{\text{lat}}/4 & (k/k_L - 2)^2 E_R & -V_{\text{lat}}/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -V_{\text{lat}}/4 & (k/k_L - 4)^2 E_R & -V_{\text{lat}}/4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{matrix} e^{i(k+4k_L)x} \\ e^{i(k+2k_L)x} \\ e^{ikx} \\ e^{i(k-2k_L)x} \\ e^{i(k-4k_L)x} \\ e^{i(k-6k_L)x} \end{matrix}$$

これを対角化すれば、固有エネルギー(エネルギーバンド)が求められる

Bloch band structure

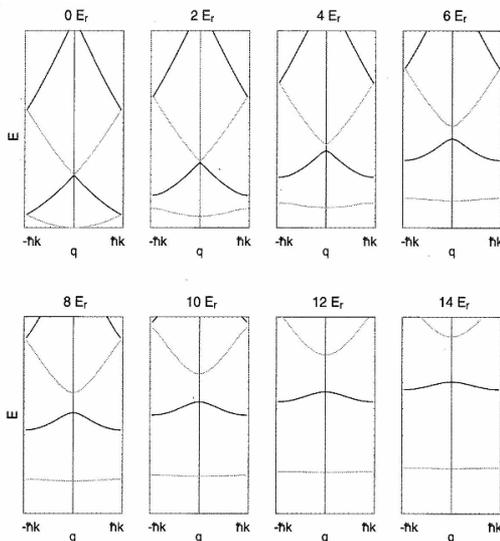


Figure 7.2 Band structure of an optical lattice: energy of the Bloch state versus quasimomentum q in the first Brillouin zone, plotted for different lattice depths between 0 and $14 E_r$. For deep lattices, the lowest band becomes flat and the width of the first band gap corresponds to the level spacing $\hbar\omega$ on each lattice site.