

I

x 軸方向に偏光した振幅 E_0 、角周波数 ω_L のレーザー光と電気双極子相互作用している 2 準位原子のハミルトニアンは

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + e\hat{D}_x E_0 \cos \omega_L t$$

と表される。ここで、 \hat{H}_0 は原子の無摂動ハミルトニアン、 $-e$ ($e > 0$) は電子の電荷、 \hat{D}_x は原子内の電子の位置演算の x 成分である。原子は永久双極子モーメントを持たない、つまり $\langle 1 | \hat{D}_x | 1 \rangle = \langle 2 | \hat{D}_x | 2 \rangle = 0$ であるとする。

1. $s^+ \equiv |2\rangle\langle 1|$, $s \equiv |1\rangle\langle 2|$ と定義し、エネルギーの原点を基底状態 $|1\rangle$ にとることにすると、ハミルトニアンは、

$$\hat{H} = \hbar\omega_A s^+ s + \hbar\Omega (s + s^+) \cos \omega_L t, \quad \Omega = -\frac{d_{12} E_0}{\hbar}$$

とかけることを示しなさい。ただし、 $\langle 1 | -e\hat{D}_x | 2 \rangle = \langle 2 | -e\hat{D}_x | 1 \rangle \equiv d_{12}$ と定義する。

2. 原子の状態を $|\Psi(t)\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)\exp(-i\omega_A t)|2\rangle$ と表したとき、 $c_1(t)$, $c_2(t)$ が従うべき連立微分方程式をシュレーディンガー方程式 $\hat{H}|\Psi(t)\rangle = i\hbar\partial|\Psi(t)\rangle/\partial t$ より求めよ。適当に回転波近似を用いること。
3. $c_1(0) = 1, c_2(0) = 0$ を初期条件として、 $c_2(t)$ の解を求めよ。

II

振幅反射率 r (強度反射率 $R = r^2$) の 2 枚の鏡を間隔 d で向かい合わせファブリペロー共振器を作成した。この共振器に振幅 U_i 、周波数 ν の光を入射した。

1. 入射光強度に対する透過光強度の比 $T(\nu) \equiv I_t / I_i$ を求めよ。ただし、フィネスを

$$F \equiv \frac{\pi R^{1/2}}{1-R}, \quad \text{FRS を } \nu_F \equiv \frac{c}{2d} \text{ と定義する。}$$

2. $d = 1\text{ m}$ のとき、この共振器の寿命は $1\ \mu\text{s}$ であった。この共振器を構成する鏡の反射率 R の値を計算せよ。