

分極と電場の関係

空間依存性	空間対称性	波長依存性	線形性
均一 Homogeneous	等方的 Isotropic	非分散的 Nondispersive	線形 Linear
不均一 Inhomogeneous (ファイバー)	非等方的 anisotropic (複屈折性)	分散的 Dispersive (吸収と分散)	非線形 Nonlinear (SHGなど)

非等方的な誘電体

一般の結晶では、分極の向きが電場の向きと一致するとは限らない

$$\mathbf{P} \neq \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

一般には、次のように表せる (線形性が成り立つ範囲)

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

電気感受率テンソル

x, y, z 軸を適当に選べば、常に非対角成分を0にすることができる

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

このとき、 x, y, z 軸を
結晶の主軸と呼ぶ

複屈折 (偏光方向による屈折率の違い)

結晶の主軸 (x, y, z 軸) 方向に偏光した電磁波の場合、

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_i \mathbf{E} \quad \text{分極と電場の向きは等しい}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{P} + \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi_i) \mathbf{E} \\ &= \varepsilon_i \mathbf{E} \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

結晶の主軸 (x, y, z 軸) 方向に偏光した電磁波の速さと屈折率は、

$$c_i = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_i \mu_0}} \quad n_i = \frac{c_0}{c_i} = \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0}}$$

結晶の種類

等方結晶 (Isotropic Crystal)

$$n_1 = n_2 = n_3 \quad (\text{単なるガラスと同じ})$$

単軸結晶 (Uniaxial Crystal)

$$n_1 = n_2 \neq n_3$$

このとき、 z 軸は光学軸
(Optical Axis)と呼ばれる

$$n_1 = n_2 \equiv n_o \quad \text{正常 (Ordinary)}$$

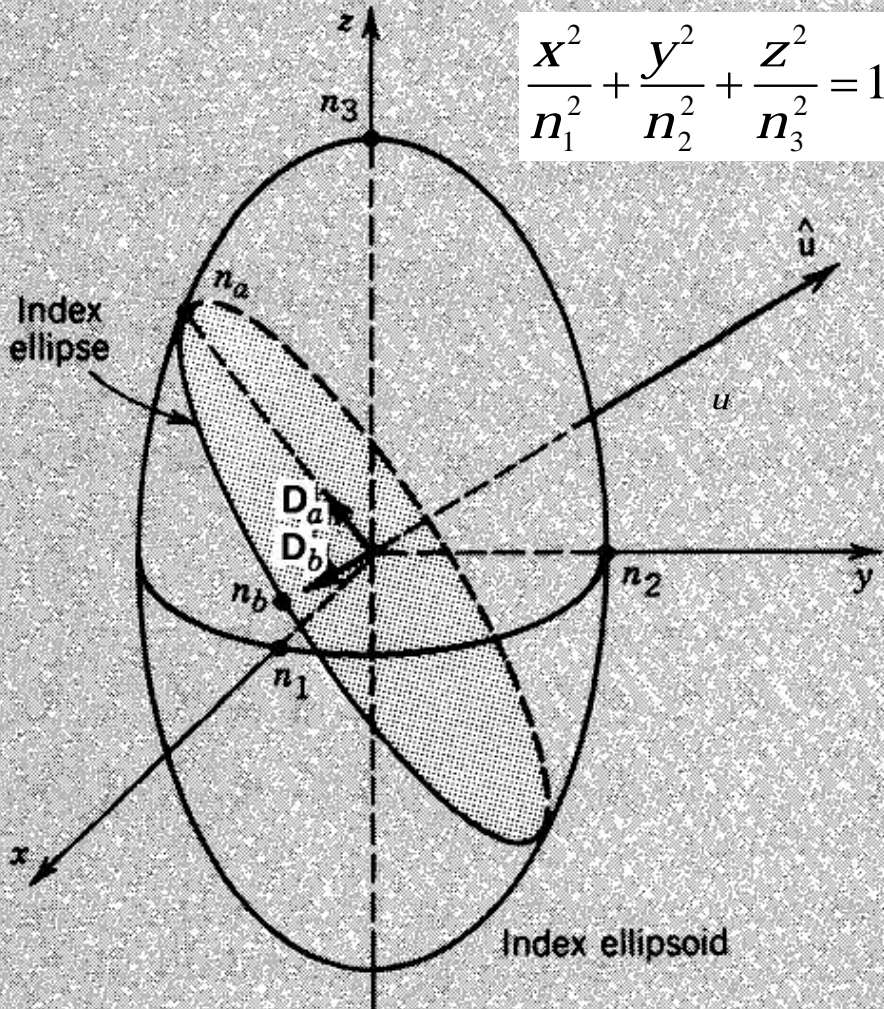
$$n_3 \equiv n_e \quad \text{異常 (Extraordinary)}$$

二軸結晶 (Biaxial Crystal)

$$n_1 \neq n_2 \neq n_3$$

屈折率楕円体

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1$$



波の進行方向: \hat{u}

原点を通り、 \hat{u} に垂直な面による楕円体の断面(楕円)を考える

断面の長軸および短軸の方向が、基本モードの偏光方向(D_a , D_b)

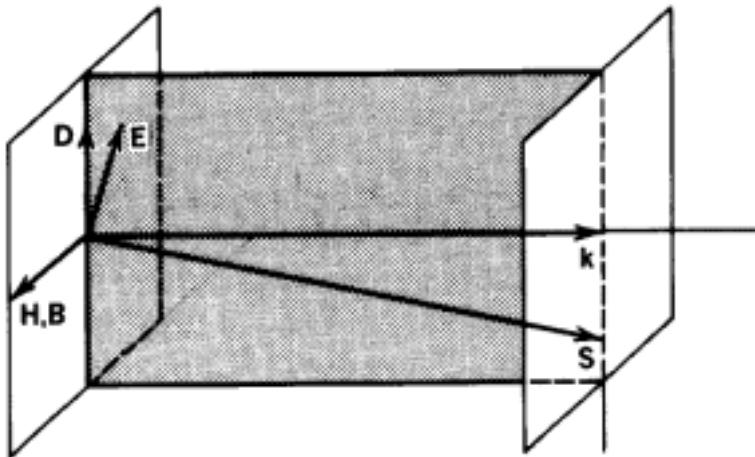
断面の長軸および短軸の長さの半分が、その偏光方向の屈折率 n_a , n_b

D, E, H, S, k の関係

D, E, H の空間時間依存性は、すべて同じく $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$ と表せるので、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \rightarrow \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \mu_0 \omega \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \rightarrow \mathbf{k} \times \mathbf{H} = \omega \mathbf{D}$$



ポインティングベクトル

$$\mathbf{S} \equiv \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

は必ずしも k に平行ではない

フレネルの法線方程式 (法線面)

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \mu_0 \omega \mathbf{H} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= \omega \mathbf{D} \end{aligned} \quad \text{より} \quad \mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \omega^2 \mu_0 \mathbf{D} = 0$$

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad \text{を代入すると}$$

$$\begin{pmatrix} n_1^2 k_0^2 - k_2^2 - k_3^2 & k_1 k_2 & k_1 k_3 \\ k_2 k_1 & n_2^2 k_0^2 - k_1^2 - k_3^2 & k_2 k_3 \\ k_3 k_1 & k_3 k_2 & n_3^2 k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{よって} \quad \sum_{i=1,2,3} \frac{k_i^2}{k^2 - n_i^2 k_0^2} = 1 \quad k^2 \equiv k_1^2 + k_2^2 + k_3^2, \quad k_0 \equiv \omega / c_0$$

単軸結晶の法線面(k surface)

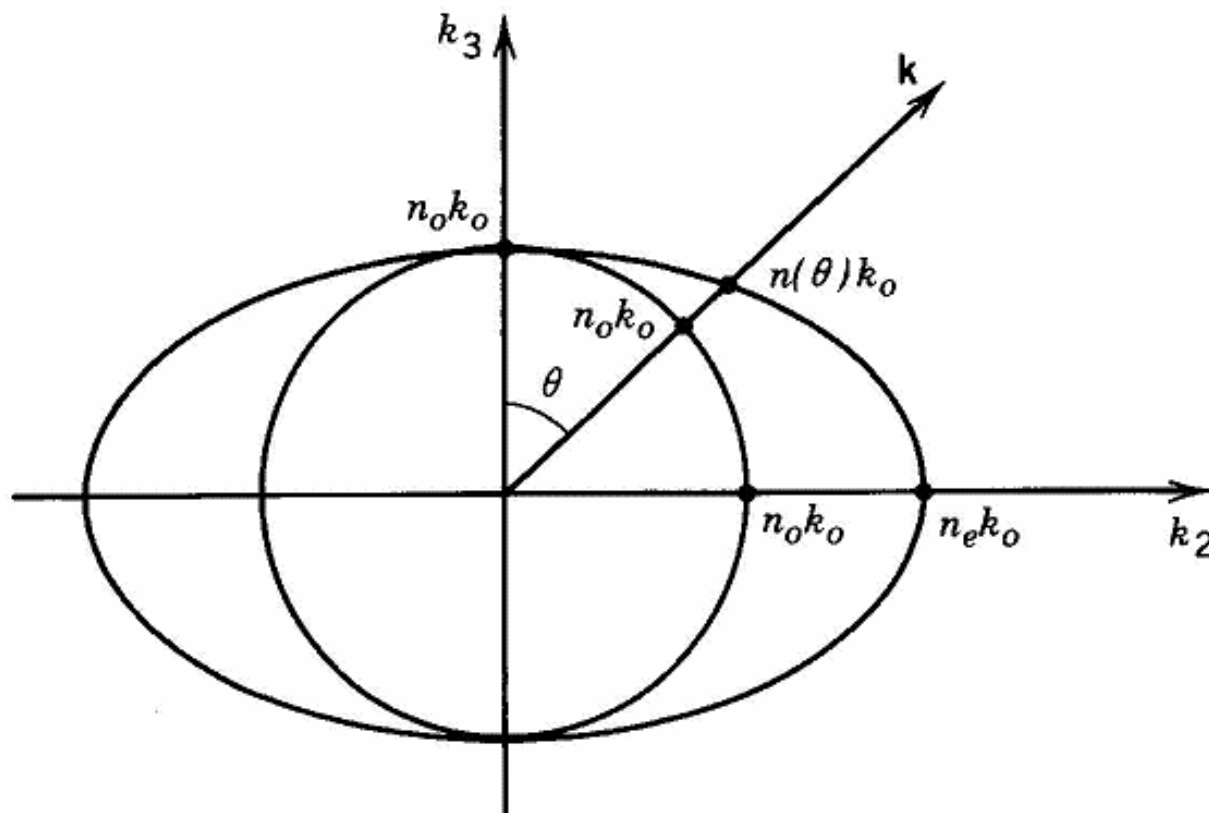
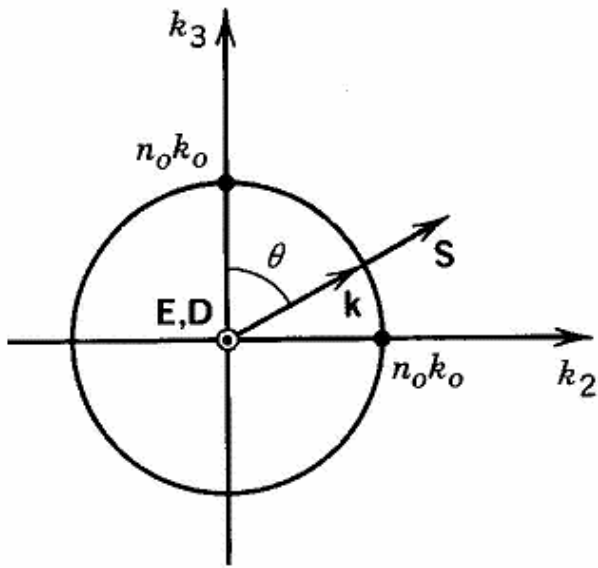
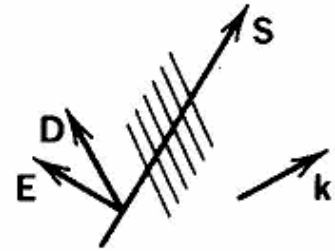
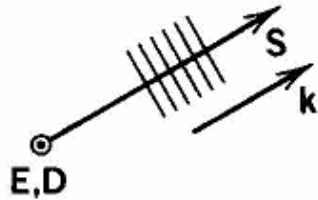
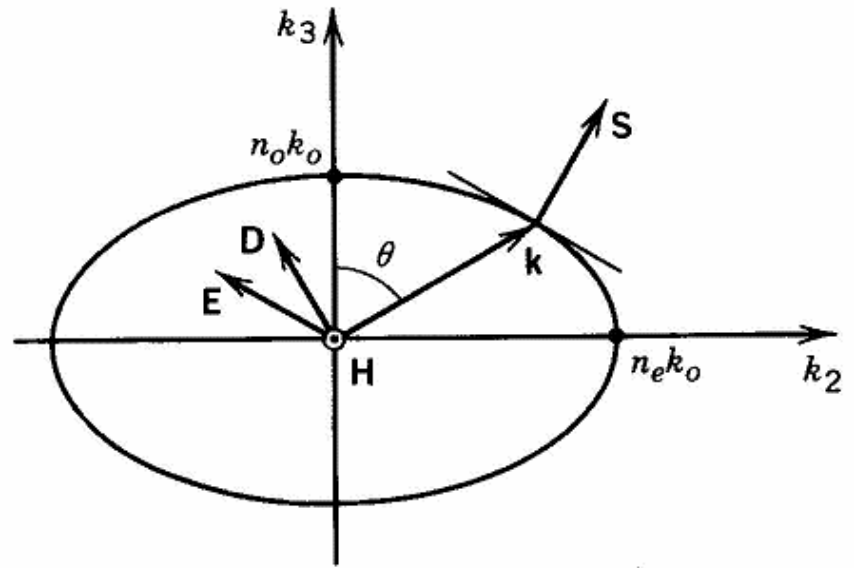


Figure 6.3-11 Intersection of the \mathbf{k} surface with the y - z plane for a uniaxial crystal.

正常波(Ordinary wave)と 異常波(Extraordinary wave)

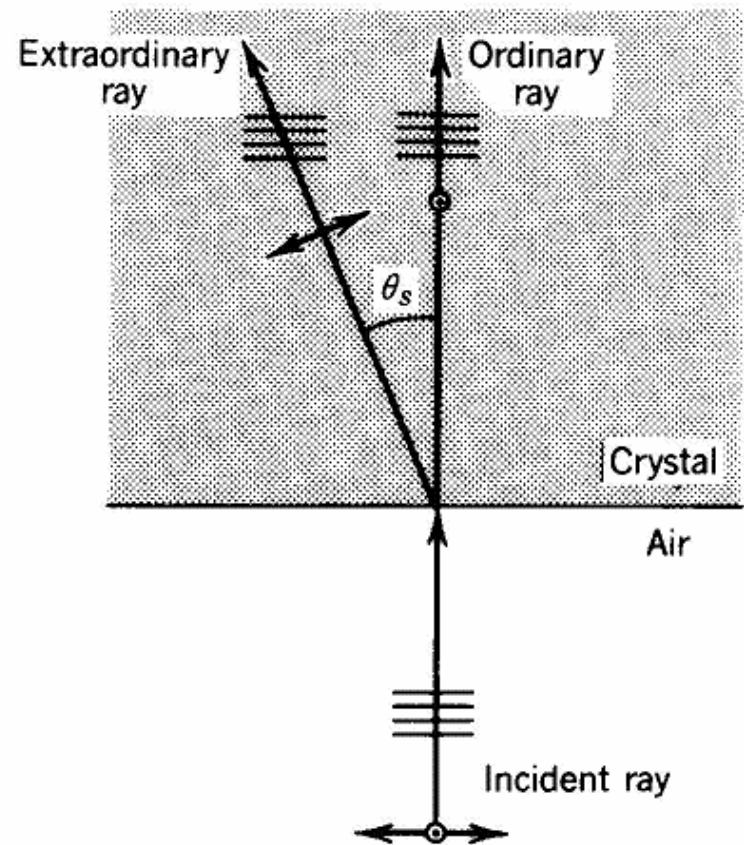
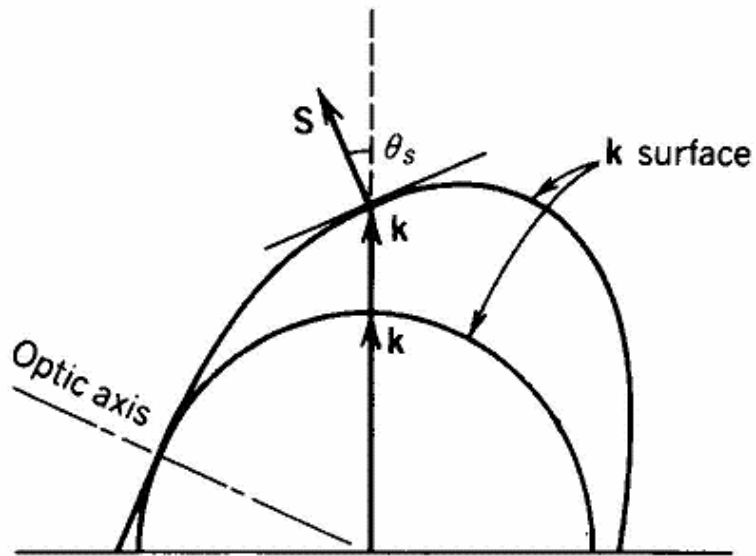


(a) Ordinary

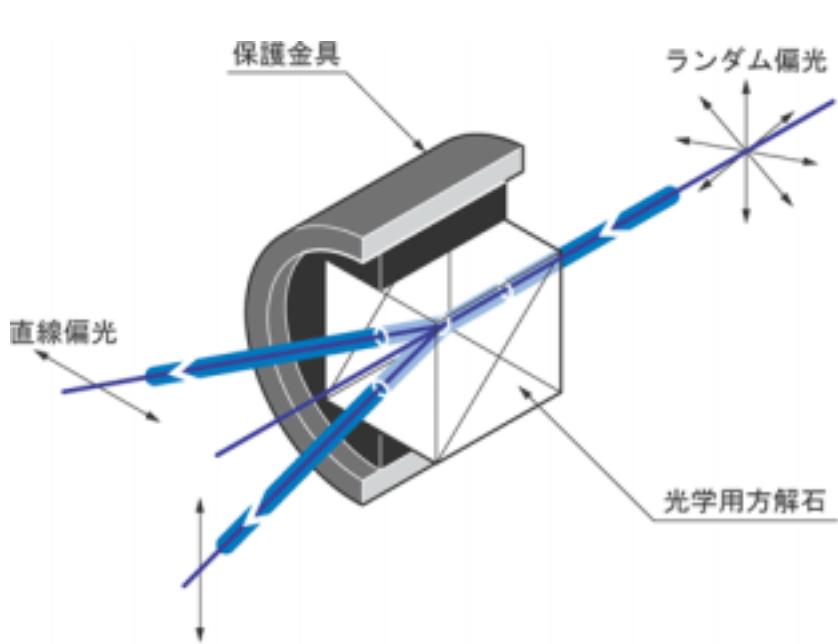


(b) Extraordinary

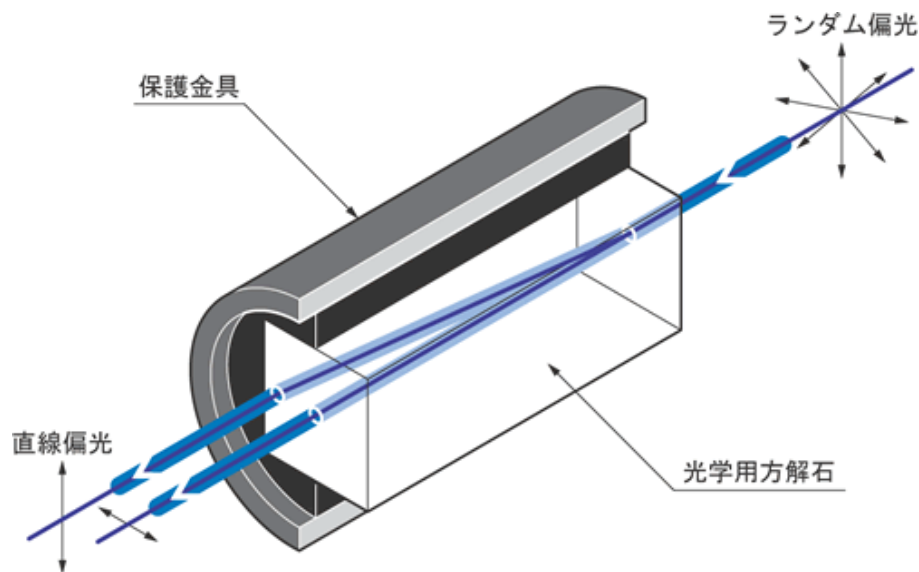
方解石によるウォークオフ



方解石を用いた偏光ビームスプリッター、 ビームディスプレーサー



ウォラストンプリズム



ビームディスプレーサー

波長板 (Wave Plates)

Retardation

$\Gamma = \frac{\pi}{2}$: $\pi/4$ 板(quarter-wave plate)

$$\Gamma \equiv 2\pi \frac{n_F - n_S}{\lambda_0} d$$

$\Gamma = \pi$: $\pi/2$ 板(half-wave plate)

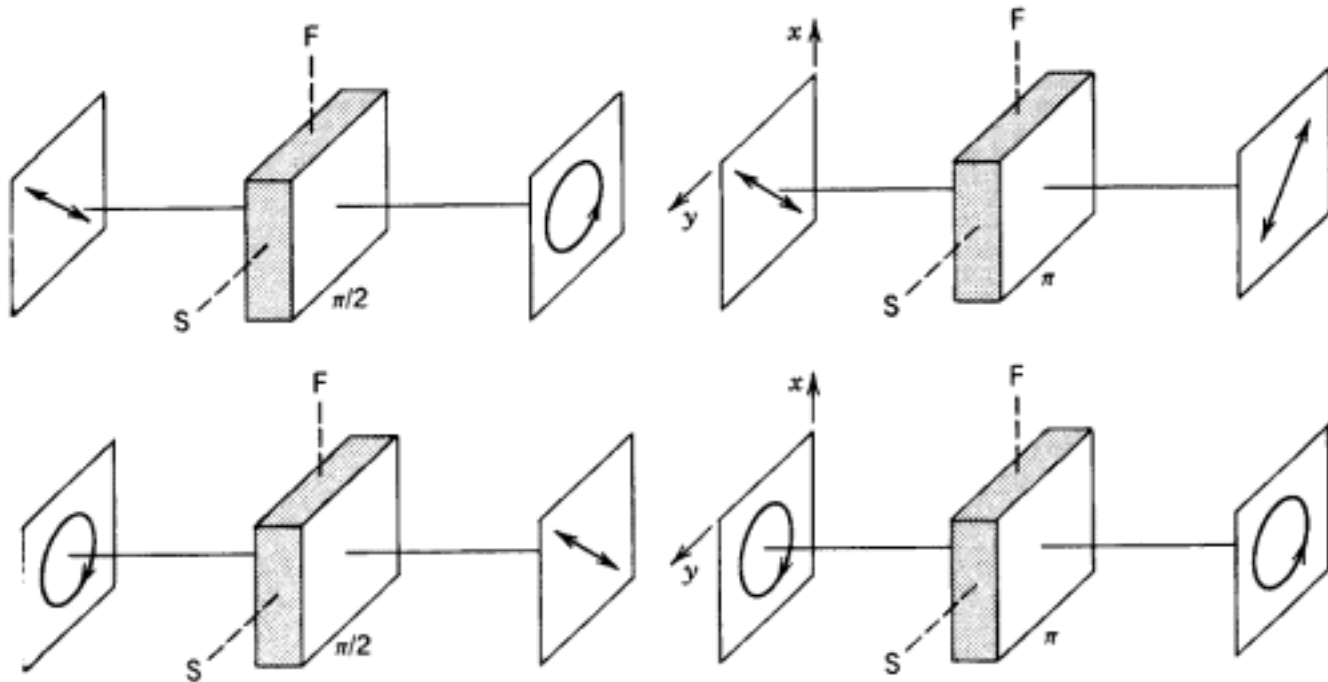


Figure 6.1-6 Operations of the quarter-wave ($\pi/2$) retarder and the half-wave (π) retarder. F and S represent the fast and slow axes of the retarder, respectively.