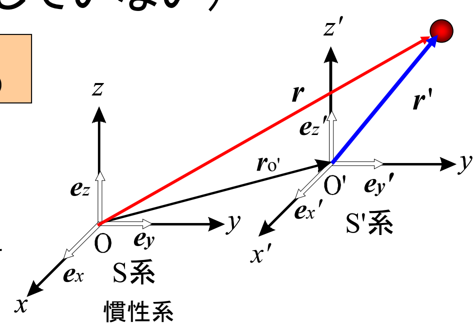
第6章
相対運動と慣性力

慣性系に対して移動している座標系
（回転はしていない）

慣性系＝慣性の法則が成立する系
（力が働かなければ、運動量は変化しない）

S系（慣性系）から見た物体の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とする。
S系に対して、移動している座標系をS’系とし、その原点の座標を $\boldsymbol{r}_{O'}$ とする。
S’系から見た物体の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}'$ とすると。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{O'} + \boldsymbol{r}'$$



S系は慣性系なので、ニュートンの運動方程式が成立するので、

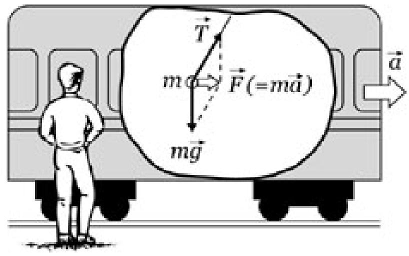
$$m(\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'} + \ddot{\boldsymbol{r}}') = \boldsymbol{F}$$
$$\Leftrightarrow m\ddot{\boldsymbol{r}}' = \boldsymbol{F} - m\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'}$$

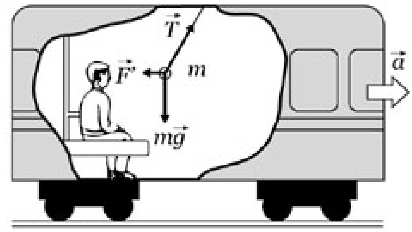
「**慣性力**」と呼ばれる

$\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'} = 0 \rightarrow$ S’系も慣性系（なぜなら、力が働かなければ、運動量は変化しないから）

$\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'} \neq 0 \rightarrow$ S’系は慣性系ではない。しかし、$-m\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'}$ を力と考えれば、ニュートンの運動方程式が見かけ上成立する。

電車の中での慣性力





(a) 地上で静止している人から見ると,物体は$\vec{T}$と$m\vec{g}$の合力$\vec{F}$によって,加速度$\vec{a}$で運動している。

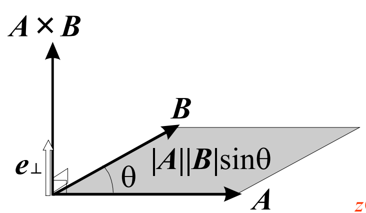
(b) 加速度運動している車内の人から見ると,物体は,$\vec{T}$と$m\vec{g}$の合力につり合う力$\vec{F'}$を受けて静止している。

加速度運動と慣性力

http://www.gen.t-kougei.ac.jp/physics/HyperText/inertia/main/main1.htm

数学的準備：ベクトルの外積

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}\equiv|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta\cdot\boldsymbol{e}_\perp$$

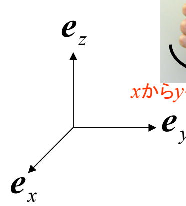


＜主な性質＞

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=0\Leftrightarrow\sin\theta=0\Leftrightarrow\boldsymbol{A}//\boldsymbol{B}$$
$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{A}=0$$
$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C}$$
$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})$$
$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\times\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}$$

右手系では

$$\boldsymbol{e}_x\times\boldsymbol{e}_y=\boldsymbol{e}_z$$
$$\boldsymbol{e}_y\times\boldsymbol{e}_z=\boldsymbol{e}_x$$
$$\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_x=\boldsymbol{e}_y$$



$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{e}_x+A_y\boldsymbol{e}_y+A_z\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{B}=B_x\boldsymbol{e}_x+B_y\boldsymbol{e}_y+B_z\boldsymbol{e}_z$ とすると、

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\boldsymbol{e}_x+(A_zB_x-A_xB_z)\boldsymbol{e}_y+(A_xB_y-A_yB_x)\boldsymbol{e}_z$$

角速度ベクトル(回転ベクトル)

定義:回転軸と平行で、大きさは角速度ω、向きは右ねじが進む方向

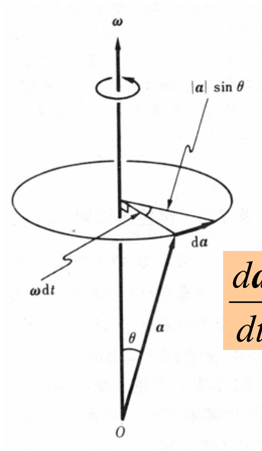


図 7.4

$$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} = \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{a}$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{x'} = \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{x'}$$
$$\dot{\boldsymbol{e}}_{y'} = \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{y'}$$
$$\dot{\boldsymbol{e}}_{z'} = \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{z'}$$

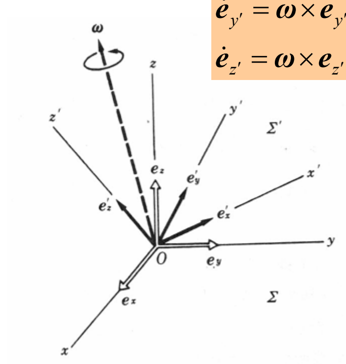


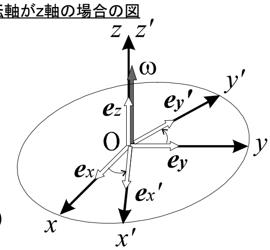
図 7.3

藤原「物理学序論としての力学」p.134

慣性系に対して回転している座標系

慣性系であるS系に対し、S’系が角速度ベクトルωで回転しているとする。

回転軸がz軸の場合の図



$$\dot{\boldsymbol{r}} = \frac{d}{dt}\left(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'}\right)$$
$$= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + x'\dot{\boldsymbol{e}}_{x'} + y'\dot{\boldsymbol{e}}_{y'} + z'\dot{\boldsymbol{e}}_{z'}$$
$$= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + x'(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{x'}) + y'(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{y'}) + z'(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{z'})$$
$$= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + \boldsymbol{\omega}\times(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'})$$
$$= \dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'$$

S’系における位置、速度、加速度ベクトル

$$\boldsymbol{r}' = x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'}(= \boldsymbol{r})$$
$$\dot{\boldsymbol{r}}' = \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'}(\neq \dot{\boldsymbol{r}})$$
$$\ddot{\boldsymbol{r}}' = \ddot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \ddot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \ddot{z}'\boldsymbol{e}_{z'}(\neq \ddot{\boldsymbol{r}})$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \frac{d^2}{dt^2}\left(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'}\right)$$
$$= (\text{中略})$$
$$= \ddot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \ddot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \ddot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + 2\boldsymbol{\omega}\times(\dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'}) + \boldsymbol{\omega}\times\left[\boldsymbol{\omega}\times(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'})\right]$$
$$= \ddot{\boldsymbol{r}}' + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}')$$

遠心力とコリオリ力

S系での加速度を、S'系での加速度、速度、位置ベクトルで表現すると

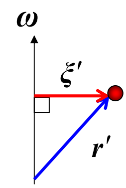
$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \ddot{\boldsymbol{r}}' + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}')$$

S系では、ニュートンの運動方程式が成立するから

$$\begin{aligned} & m\ddot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{F} \\ \Leftrightarrow\ & m[\ddot{\boldsymbol{r}}' + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}')] = \boldsymbol{F} \\ \Leftrightarrow\ & m\ddot{\boldsymbol{r}}' = \boldsymbol{F}\underbrace{-2m\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}'}_{\text{コリオリ力}}\underbrace{-m\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}')}_{\text{遠心力}} \end{aligned}$$

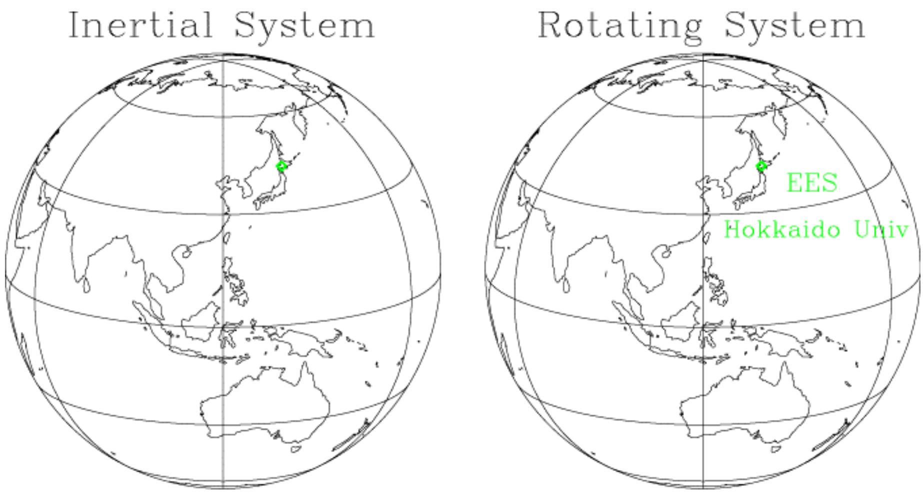
$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{col}} \equiv -2m\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}'$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{cen}} \equiv -m\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}') = m\omega^2\boldsymbol{\xi}'$$



コリオリ力を見る実験

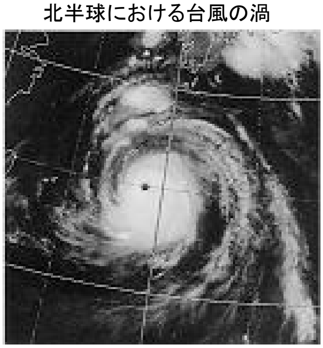
http://coast14.ees.hokudai.ac.jp/osj/umi_no_kyousitu/02coriolis_01.html

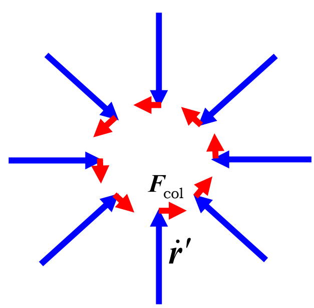


http://wwwoa.ees.hokudai.ac.jp/~f-hasebe/Coriolis.gif

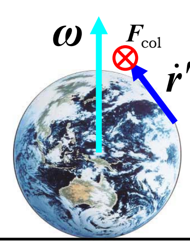
コリオリ力と台風の渦

北半球における台風の渦

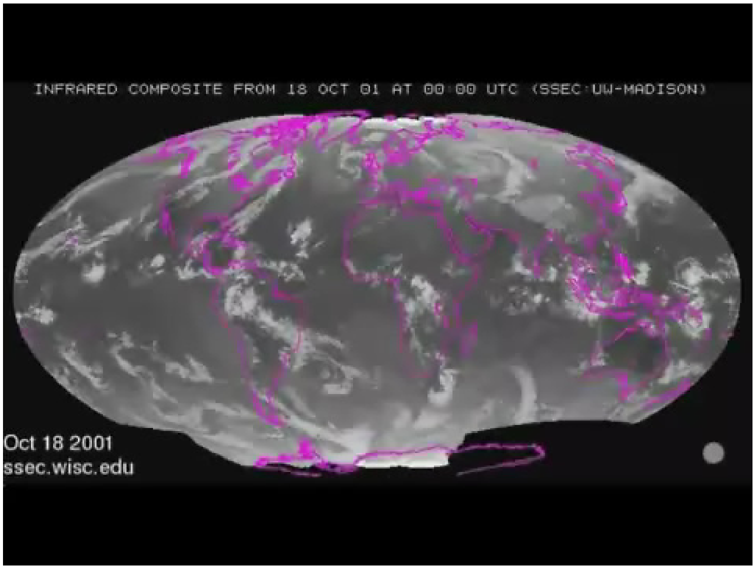




$$F_{col} = -2m\omega \times \dot{r}' \\ = 2m\dot{r}' \times \omega$$



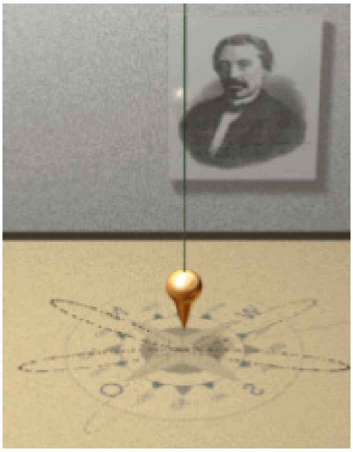
コリオリカと偏西風



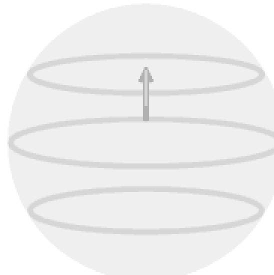
目次

フーコーの振り子(1851)

<u>北半球におけるフーコーの振り子</u>



1周に必要な時間(日) = 1日/sin θ
(θ は振り子の場所の緯度)

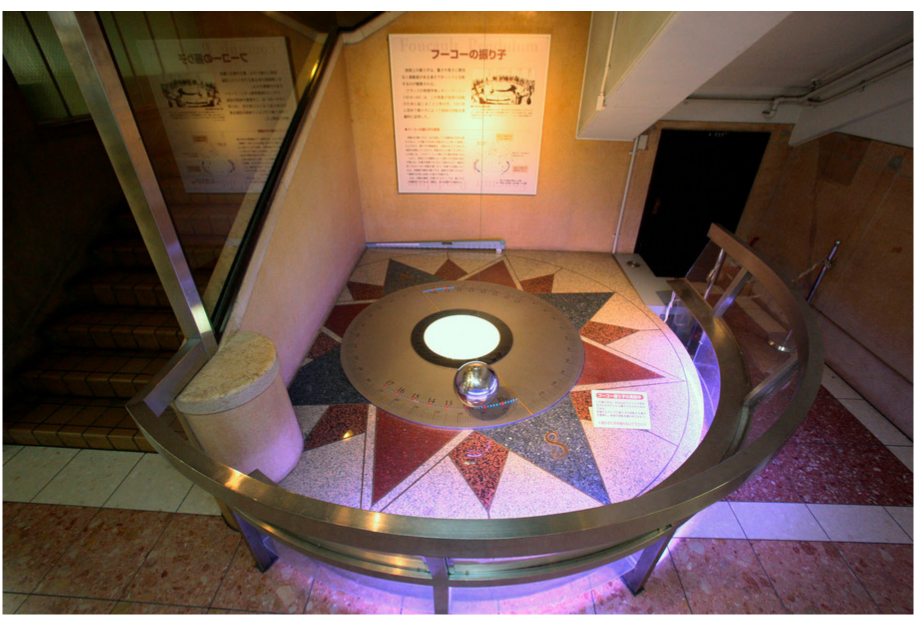


The animation describes the motion of a Foucault Pendulum at a latitude of 30° N. The plane of oscillation rotates by an angle of −180° during one day, so after two days the plane returns to its original orientation.

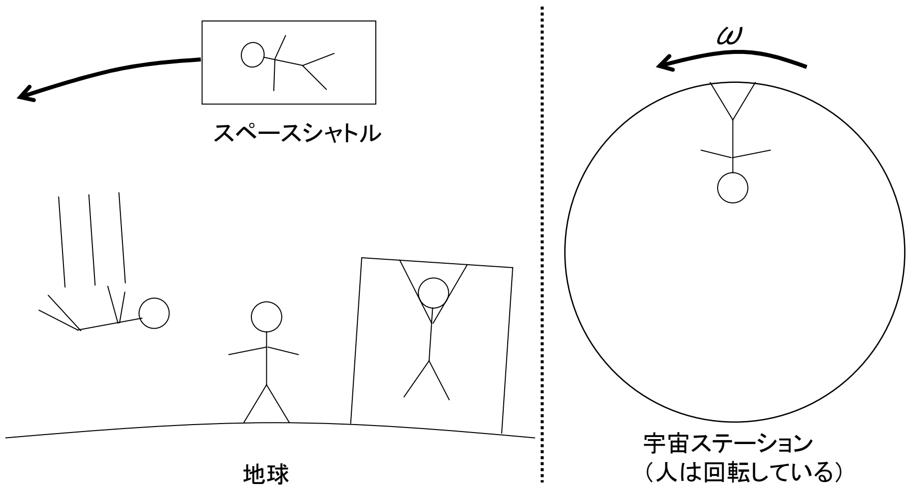
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a1/Foucault_pendulum_animated.gif

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/0/0d/Foucault_pendulum_plane_of_swing_semi3D.gif

国立科学博物館(上野)のフーコーの振り子



「重さ(weight)」＝「重力(gravity)」？
「無重量」=「無重力」？



Keywards: 力、質量、重力、重さ、慣性力（遠心力）