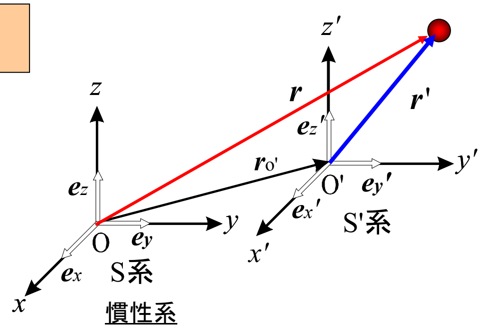
第6章
相対運動と慣性力

慣性系に対して移動している座標系

慣性系＝慣性の法則が成立する系
（力が働かなければ、運動量は変化しない）

S系（慣性系）から見た物体の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とする。
S系に対して、移動している座標系をS’系とし、その原点の座標を $\boldsymbol{r}_{O'}$ とする。
S’系から見た物体の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}'$ とすると。



$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{O'} + \boldsymbol{r}'$$

S系は慣性系なので、ニュートンの運動方程式が成立するので、

$$m(\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'} + \ddot{\boldsymbol{r}}') = \boldsymbol{F}$$
$$\Leftrightarrow m\ddot{\boldsymbol{r}}' = \boldsymbol{F} - m\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'}$$

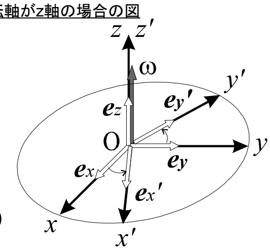
「**慣性力**」と呼ばれる

$\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'} = 0 \rightarrow$ S’系も慣性系（なぜなら、力が働かなければ、運動量は変化しないから）

$\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'} \neq 0 \rightarrow$ S’系は慣性系ではない。しかし、$-m\ddot{\boldsymbol{r}}_{O'}$ を力と考えれば、ニュートンの運動方程式が見かけ上成立する。

慣性系に対して回転している座標系

回転軸がz軸の場合の図



慣性系であるS系に対し、S’系が角速度ベクトルωで回転しているとする。

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{r}} &= \frac{d}{dt}\left(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'}\right) \\
&= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + x'\dot{\boldsymbol{e}}_{x'} + y'\dot{\boldsymbol{e}}_{y'} + z'\dot{\boldsymbol{e}}_{z'} \\
&= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + x'(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{x'}) + y'(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{y'}) + z'(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{e}_{z'}) \\
&= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + \boldsymbol{\omega}\times(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'}) \\
&= \dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\ddot{\boldsymbol{r}} &= \frac{d^2}{dt^2}\left(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'}\right) \\
&= (\text{中略}) \\
&= \ddot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \ddot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \ddot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} + 2\boldsymbol{\omega}\times(\dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'}) + \boldsymbol{\omega}\times\left[\boldsymbol{\omega}\times(x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'})\right] \\
&= \ddot{\boldsymbol{r}}' + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'\right)
\end{aligned}
$$

S’系における位置、速度、加速度ベクトル

$$
\boxed{
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}' &= x'\boldsymbol{e}_{x'} + y'\boldsymbol{e}_{y'} + z'\boldsymbol{e}_{z'} \left(= \boldsymbol{r}\right) \\
\dot{\boldsymbol{r}}' &= \dot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \dot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \dot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} \left(\neq \dot{\boldsymbol{r}}\right) \\
\ddot{\boldsymbol{r}}' &= \ddot{x}'\boldsymbol{e}_{x'} + \ddot{y}'\boldsymbol{e}_{y'} + \ddot{z}'\boldsymbol{e}_{z'} \left(\neq \ddot{\boldsymbol{r}}\right)
\end{aligned}
}
$$

遠心力とコリオリ力

S系での加速度を、S’系での加速度、速度、位置ベクトルで表現すると

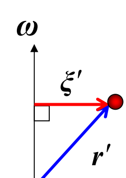
$$
\ddot{\boldsymbol{r}} = \ddot{\boldsymbol{r}}' + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'\right)
$$

S系では、ニュートンの運動方程式が成立するから

$$
\begin{aligned}
& m\ddot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{F} \\
\Leftrightarrow\ & m\left[\ddot{\boldsymbol{r}}' + 2\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' + \boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'\right)\right] = \boldsymbol{F} \\
\Leftrightarrow\ & m\ddot{\boldsymbol{r}}' = \boldsymbol{F} \underbrace{- 2m\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}'}_{\text{コリオリ力}} \underbrace{- m\boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'\right)}_{\text{遠心力}}
\end{aligned}
$$

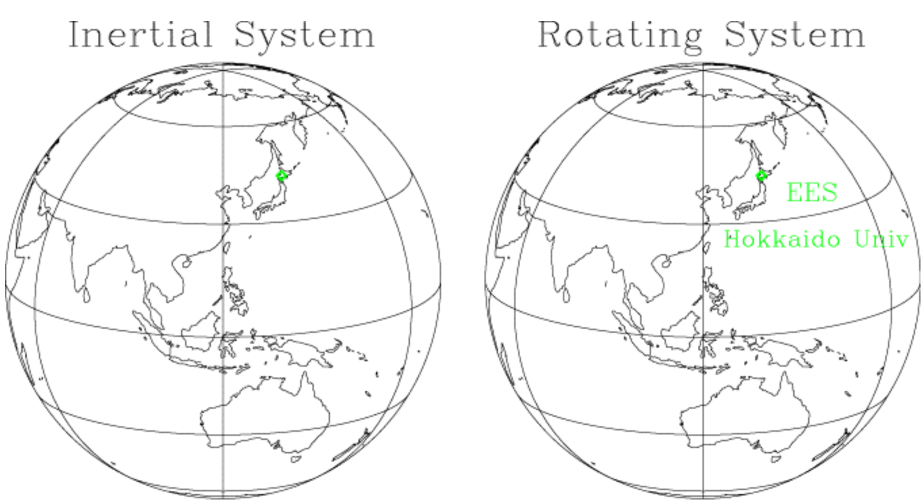
$$
\boldsymbol{F}_{\mathrm{col}} \equiv -2m\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}'
$$

$$
\boldsymbol{F}_{\mathrm{cen}} \equiv -m\boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}'\right) = m\omega^2\boldsymbol{\xi}'
$$



コリオリ力を見る実験

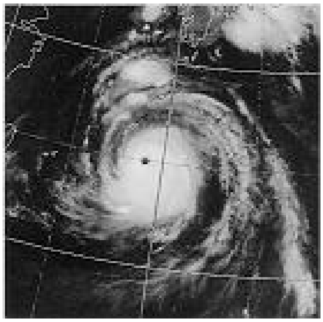
http://coast14.ees.hokudai.ac.jp/osj/umi_no_kyousitu/02coriolis_01.html

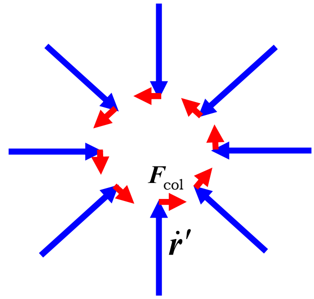


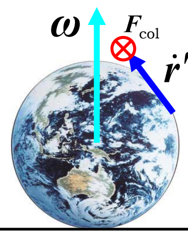
http://wwwoa.ees.hokudai.ac.jp/~f-hasebe/Coriolis.gif

コリオリ力と台風の渦

北半球における台風の渦

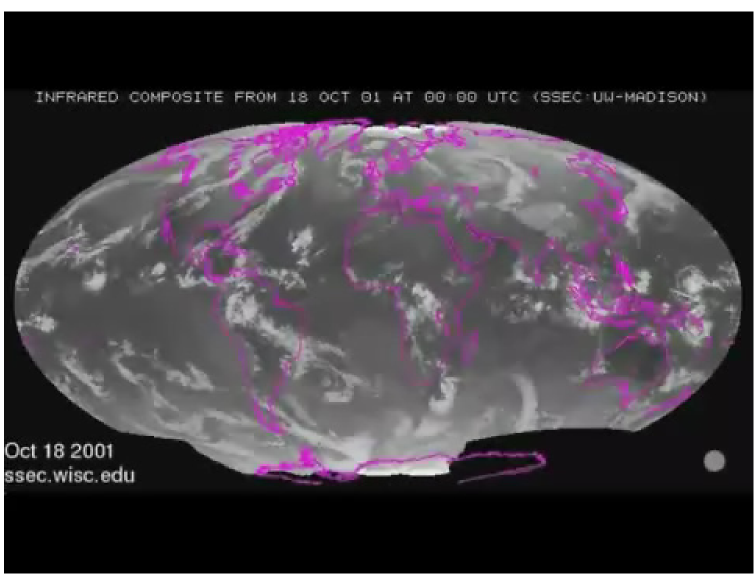






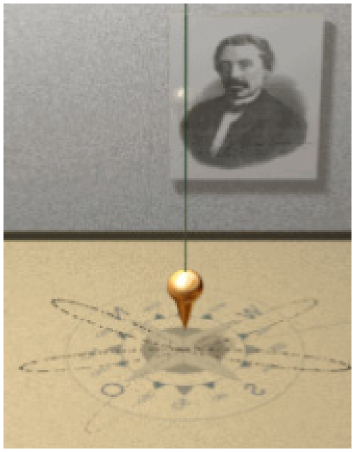
$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_{\mathrm{col}} &= -2m\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{r}}' \\ &= 2m\dot{\boldsymbol{r}}'\times\boldsymbol{\omega}\end{aligned}$$

コリオリ力と偏西風



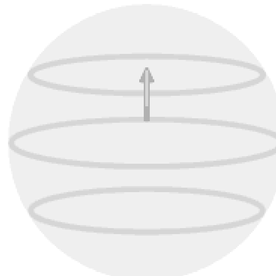
フーコーの振り子（1851）

<u>北半球におけるフーコーの振り子</u>



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a1/Foucault_pendulum_animated.gif

1周に必要な時間（日）= 1日/sin θ
（θ は振り子の場所の緯度）



The animation describes the motion of a Foucault Pendulum at a latitude of 30° N. The plane of oscillation rotates by an angle of −180° during one day, so after two days the plane returns to its original orientation.

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/0/0d/Foucault_pendulum_plane_of_swing_semi3D.gif