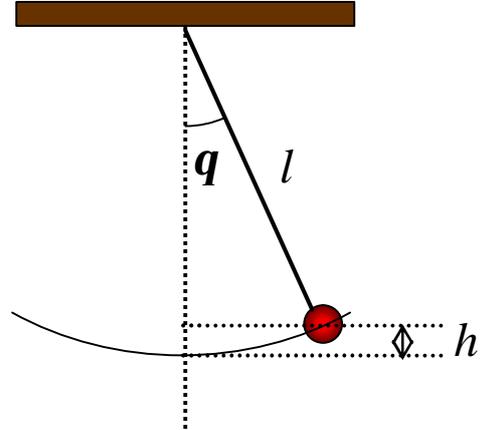


平成 23 年度夏学期 力学 B (鳥井) レポート問題 1 3

平成 23 年 7 月 14 日出題

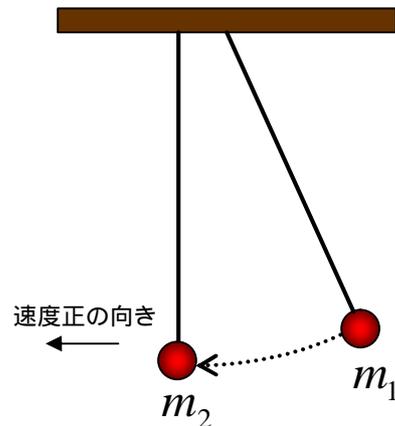
1. ひもの長さが l 、球の質量が m の単振り子を考える。鉛直方向からのひもの角度を q 、球の最下点から高さを h とする。

- (1) $q \ll 1$ として、 q が満たす微分方程式を求めよ ($\sin q \cong q$ の近似を用いよ)。
- (2) 時刻 $t = 0$ で $q = q_0$ 、初速度ゼロとして (1) の微分方程式の解を求めよ。
- (3) $q \ll 1$ として、 h を q で表わせ ($\cos q$ の近似式として、テイラー展開の 2 次までの式を用いよ)。
- (4) (3) の結果を用いて、球の持つ位置エネルギーを q の関数として表わせ。
- (5) 球の運動エネルギーと位置エネルギーの和は時間的に変化しない、つまり保存することを (2) および (4) の結果より計算で示せ。



2. 質量がそれぞれ m_1 、 m_2 の球 (球 1、球 2 と呼ぶ) を長さの等しいひもでつるし、静止している球 2 に向かって速度 v_1 で球 1 を衝突させた。その直後の球 1、球 2 の速度を、それぞれ v'_1 、 v'_2 とする。衝突の際、球の力学的エネルギーは保存されるとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 運動量保存則を式で表わせ。
- (2) エネルギー保存則を式で表わせ。
- (3) (1) (2) より、 v'_1 、 v'_2 を v_1 、 m_1 、 m_2 で表わせ。また衝突直後における球 1 に対する球 2 の相対速度を求めよ。
- (4) $m_1 \gg m_2$ 、 $m_1 = m_2$ 、 $m_1 \ll m_2$ における v'_1 、 v'_2 をそれぞれ求めよ。
(実験実習) 机上に置いた 1 円玉、10 円玉、500 円玉などを指ではじいて衝突させ、(4) の結果を確認してみよ。



3. 地球による重力のポテンシャルは、地球の中心を座標の原点とすれば、 $a \equiv GM$ (G は万有引力定数、 M は地球の質量) として

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{a}{r} = -\frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

と表現できる。このポテンシャルより $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})$ を実際に計算することにより、地球の重力の場 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ を求めよ。