

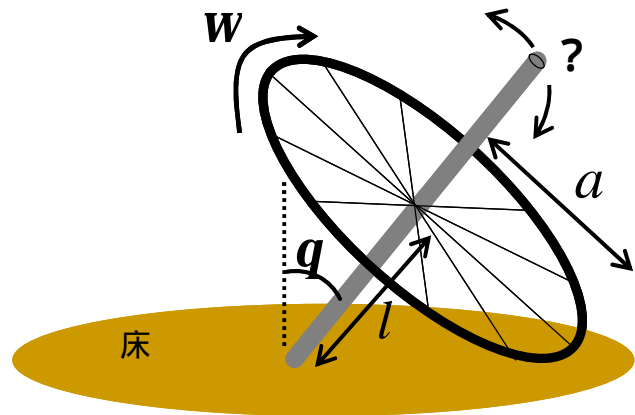
平成 23 年度夏学期 力学 B (鳥井) レポート問題 1 2

平成 23 年 7 月 7 日出題

1. 回転している物体に、回転軸に対して垂直な向きにトルクを加えると、回転軸（つまり角運動量の向き）が回転を始める。このような運動を一般に歳差運動 (precession) という。歳差運動でよく知られた例が、独楽 (spinning top) の首振り運動 (みそすり運動) である。ここでは自転車の車輪 (半径  $a$ ) を独楽とした場合の歳差運動を考えよう。

- (1) 自転車の車輪の質量はすべて外周部 (rim) に集中していると考え (スポークおよび車軸の質量は無視する)、車輪の質量を  $M$  として、車輪の慣性モーメント  $I$  を求めよ。

- (2) 車輪の中心から床までの距離を  $l$ 、車軸の垂直方向からの傾きを  $q$  とする。車輪に働くトルク  $N$  の大きさを求めよ。



- (3) 車輪は上から見て時計回りに回転しているとする。このとき、車軸は時計回りと反時計回りのどちらで歳差運動するか？手近にある独楽 (画びょうでもよい) を回して実験で確認せよ。

- (4) 車輪の回転の角速度を  $w$  とする。車軸の歳差運動の角速度  $\Omega$  を求めよ。一般に、独楽が止まる寸前は、回転の角速度  $w$  が極端に小さくなる。このとき、歳差運動の角速度はどう変化するか？これも実験で確認せよ。

- (5) (参考課題) 世の中には歳差運動しない「マクスウェルの独楽」と呼ばれるおもちゃがある (web で調べてみよ)。なぜ歳差運動しないのか考察せよ。また、実際に作ってみよ。

2. 万有引力定数を  $G$ 、地球の質量を  $M$ 、地球の半径を  $R$  とする。

- (1) 重力に逆らって質量  $m$  の物体を地表から無限遠まで押し続けるために必要な仕事を求めよ。

- (2) 実際には、我々は空気のない宇宙まで行って物体を押し続けるわけにはいかない。そこで物体に初速度を与えて物体を無限遠まで運ぶことにしよう。運動エネルギーの変化は、重力が物体になす仕事 (この場合、負の値を持つ) に等しいことを用いて、最低限必要な初速度を求めよ (これは第二宇宙速度と呼ばれ、第一宇宙速度 (約  $7.9 \text{ km/s}$ ) の  $\sqrt{2}$  倍である)。



$$F = -G \frac{Mm}{r^2} e_r$$

