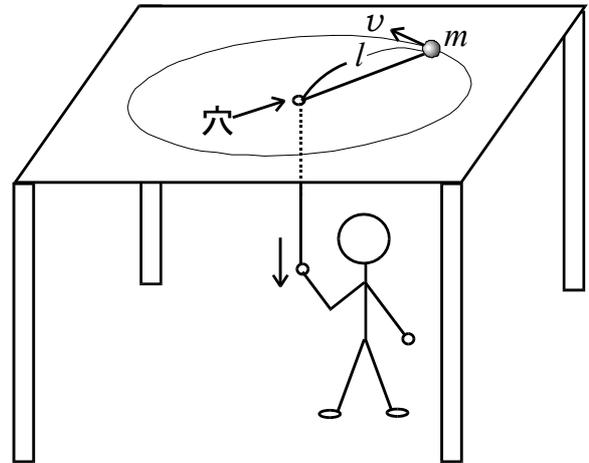


平成 23 年度夏学期 力学 B (鳥井) レポート問題 1 1

平成 23 年 6 月 30 日出題

1. 机の中心に穴を開け、右図のように質量 m の球に糸をつないだ。最初、球は速さ $v = v_0$ で円運動しており、球と穴との距離 l は糸の下端を下向きの力で引っ張ることによって $l = l_0$ に保たれていた。この状態から、糸を引く力を徐々に増し、球と穴との距離が $l = l_0 / 10$ になるまで糸を引いた。このとき、①球の角運動量、②球の速度、③球の角速度、④糸を引く力は、それぞれ何倍になるか答えよ。ただし、球と机の間の摩擦および糸と穴の間の摩擦は無視できるものとする。



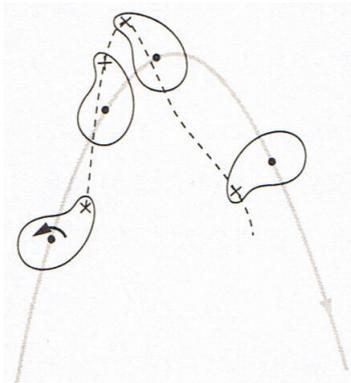
2. 右図のように板を投げ上げると、重心でない点の軌跡は複雑な曲線を描くが、重心の軌跡はきれいな放物線を描く。これは、重心の座標 \mathbf{r}_G が運動方程式

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_G}{dt^2} = \mathbf{g} \quad (\ast)$$

を満たすためである (\mathbf{g} は鉛直下向きで大きさが重力加速度であるベクトルを表す)。重心の座標の定義式

$$\mathbf{r}_G = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{M}$$

(\mathbf{r}_i および m_i は、板を構成する個々の原子・分子の位置および質量、 M は板の質量を表す) に立ち返り、(\ast) 式を証明せよ。その際、どの段階で作用反作用の法則を利用したか明示せよ。



兵頭「考える力学」p220 図 11.12

3. (実験実習) 右の写真は、フォーク 2 本とコインを使った「やじろべえ (balancing toy)」である。実際に作ってみよ。コインの代わりに爪楊枝 (toothpick) を用いても面白い。

(参考課題) やじろべえは、物理的には「実体振り子」と呼ばれる振り子の一種である。角運動量の時間変化を表す方程式 $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{N}$ (\mathbf{N} は外力のトルクの和) より、やじろべえの安定位置からの角度のずれ φ が従うべき方程式が

$$I\ddot{\varphi} = -Mgh\varphi \quad (\text{ただし } \varphi \ll 1 \text{ のとき})$$

で与えられることを示せ (I は支点まわりの慣性モーメント、 M は質量、 g は重力加速度、 h は支点から重心までの距離)。この方程式より、やじろべえの振動周期を求め、これを長くする (やじろべえをゆっくり振動させる) ための条件について考察せよ。その考察に基づき、上述のフォークやじろべえの周期が 1 秒以上になるよう工夫せよ。

