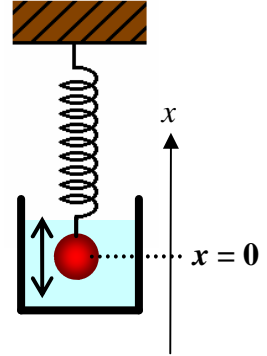


平成 23 年度夏学期 力学 B (鳥井) レポート問題 8

平成 23 年 6 月 9 日出題

1. ばね定数 k のばねに質量 m の球がつながれている。球は粘性のある液体の中にあり、速度に比例する抵抗力 $F_1 = -2mgv$ を受けるものとする。 $x = 0$ はつりあいの位置とする。



- (1) 球の位置 x に関する運動方程式を書き表せ。
- (2) (1) の運動方程式の解として、 $f(t)$ と $g(t)$ が見つかったとする。このとき、関数 $Af(t) + Bg(t)$ (A, B は任意定数) も運動方程式の解であることを示せ (この性質は、線形微分方程式一般に成り立つ)。
- (3) 運動方程式の解として $x = e^{at}$ の形を仮定する。これを運動方程式に代入し、 a の値を求めよ。
- (4) (2) (3) の結果より、運動方程式の一般解 (任意定数を含む解) を求めよ。
- (5) 時刻 $t = 0$ に位置 $x = 0$ にあった球に上向きの初速度 v_0 を与えた。その後の時刻における球の運動を求めよ。
- (6) (5) の運動における振動周波数 ω は、抵抗力が無視できる場合 (つまり $g = 0$) の振動周波数 ω_0 (これを固有周波数という) と異なっている。観測された振動の周期が 1 秒、振動の振幅が $1/e \approx 0.37$ 倍に減衰するのにかかった時間が 10 秒であったとする。振動周波数の固有周波数からのずれは何%か (ヒント: 近似式 $(1+x)^a \cong 1+ax$ を利用せよ)。

2. (実験実習) お弁当用のアルミカップが受ける空気抵抗は慣性抵抗 (速度の自乗に比例) だろうか、それとも粘性抵抗 (速度に比例) だろうか。右図のような実験をして白黒はっきりさせてみよう。アルミカップ 1 個を 1m の高さから、2 個 ~ 4 個を 2m の高さから同時に落下させる。同時に地面に着くのは、2m の高さのアルミカップが何個のときであったか? この実験結果を考察し、アルミカップが受ける抵抗力が慣性抵抗か粘性抵抗か判定せよ。興味のあるものは、授業で紹介したようにストップウォッチを用いて落下時間を計測し、終端速度 (またはその自乗) をアルミカップの個数の関数としてグラフ化し、考察してみよ。

