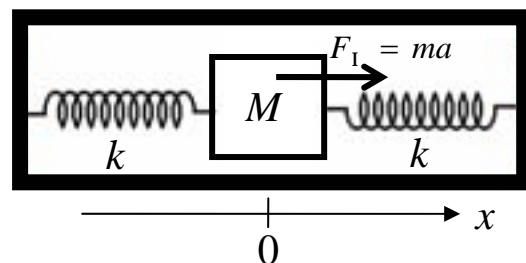


科目名 力学 B	教員名 鳥井寿夫		平成 23 年 9 月 2 日 2 限 試験時間 90 分
指定クラス 木曜 2 限 (1 年生)	解答用紙 A4 両面 2 枚 (冊子)	計算用紙 1 枚	持込み不可 (辞書は可)

(注) 1、2、6、7は必ず解答せよ。3、4、5のうち2つを選択して解答せよ。

- 力およびエネルギーの単位を kg (キログラム)、m (メートル)、s (秒) を用いて表現せよ。
- 標高 h における大気圧 $P(h)$ は、指数関数 $P(h) = P(0)e^{-h/h_C}$ に概ね従うことが知られている。ここで、 $P(0) \cong 1013$ hPa (ヘクトパスカル) は標高 0 m における大気圧、 h_C は大気圧が $P(0)$ の $1/e \cong 0.37$ 倍となる標高である。 h_C は空気中の分子の質量 M 、重力加速度 $g \cong 9.8 \text{ m/s}^2$ 、気温 T [K]、およびボルツマン定数 $k_B \cong 1.38 \times 10^{-23}$ J/K で表現することができる。
 - 次元解析により、 h_C を M 、 g 、 T 、 k_B を用いて表わせ (無次元の定数は 1 としてよい)。
 - 大気は N_2 分子 ($M \cong 4.6 \times 10^{-26}$ kg) で構成され、気温は標高に依らず 300 K と仮定する (このとき、 $k_B T \cong 4 \times 10^{-21}$ J である)。 h_C の値を有効数字 1 桁で求め、エベレスト頂上 (約 8850 m) における気圧のおおよその値を推定せよ。
 - $h \ll h_C$ の地表付近では、大気圧の変化は近似的に標高に比例する。標高が 10 m 高くなると、気圧は何 hPa 下がるか? 有効数字 1 桁で答えよ (ヒント: e^{-x} のテイラー展開の 1 次までの式を近似式として用いよ)。

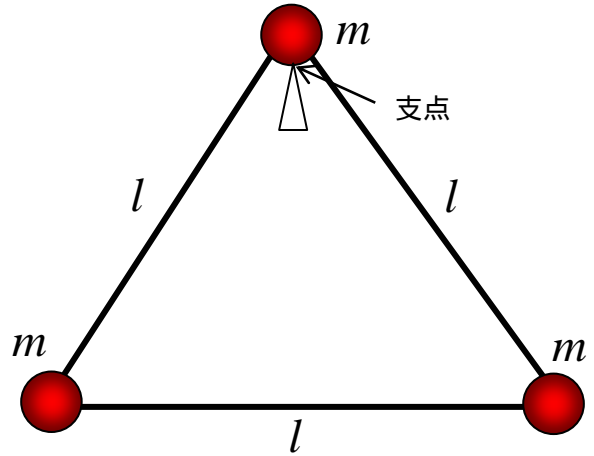
- (選択問題) 最近のスマートフォンには加速度センサーが内蔵されているが、その動作原理はバネにつながれた錘 (おもり) の位置検出である。図のようにバネ定数 k の 2 本のバネに質量 M の錘がつながれている加速度センサーのモデルを考える。このセンサーが



左向きに加速度 a で等加速度運動すると、センサーとともに静止している座標系では、錘に $F_I = ma$ という見かけの力 (慣性力) が右向きに働く。右向きを x 軸正の向きと定め、慣性力が働いていないときの錘の中心の位置座標を $x = 0$ として、以下の問いに答えよ。

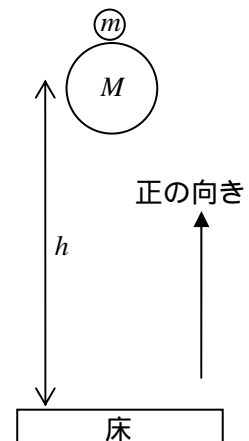
- 錘の中心の位置座標が x のとき、2 本のバネから錘が受ける合力を求めよ。
 - (1) で求めた力が、慣性力 $F_I = ma$ とつりあうような位置 x_0 を求めよ。
- 時刻 $t = 0$ に $x = 0$ にいた錘に慣性力 $F_I = ma$ が急に働いたとする。また、錘には速度に比例する抵抗力 $-2m\gamma v$ (v は錘の速度) が働くものとする。
- 錘の中心の位置座標 x が従う運動方程式を書き表せ。
 - 十分長い時間が経ち、定常状態に達した後の錘の中心の位置を求めよ。
 - $\gamma = 0$ であるなら、錘は永遠に振動する。この振動の振幅および角周波数 ω_0 を求めよ。
 - 加速度センサーという目的のためには、錘は振動せず速やかに (4) で求めた位置へと移動して欲しい。そのための γ の条件を求めよ。

4. (選択問題) 図のように、質量 m の球 3 つを長さ l の棒でつないだ正三角形の「やじるべえ」(balancing toy) を考える。棒の質量は無視する。また、棒の長さ l に対して球の直径は無視できるほど小さいとする。やじるべえの回転軸は、3 つの球を含む平面に垂直とする。以下の問いに答えよ。



- (1) このやじるべえの回転軸まわりの慣性モーメントを求めよ。
- (2) このやじるべえの重心の支点からの距離 h を求めよ。
- (3) このやじるべえがバランスした位置 (図に示す状態) から角度 θ だけ傾いたとする。このときにやじるべえに働く力のモーメント (トルク) の大きさを求めよ。
- (4) $\theta \ll 1$ のときに θ が従う微分方程式を求め、このやじるべえの微小振動の角周波数を求めよ。

5. (選択問題) 「すつとびボール」と呼ばれる科学おもちゃがある。大きな質量 M をもつ球 (大球) の上に小さな質量 m をもつ球 (小球) を乗せ、床に向かって高さ h から落下させると、小球が h よりずっと高く飛び上がるというものである。この現象を解析したい。大球と小球の間には若干の間隙があり、**最初に大球が床に衝突し、跳ね返った大球と小球が衝突する**とする。衝突の際、運動エネルギーの和は保存されるとして、以下の問いに答えよ。鉛直上向きを正の向きとせよ。



- (1) 大球が床に衝突する直前の大球と小球の速度 $v > 0$ を求めよ。
 - (2) 大球が床に衝突した直後 (小球と衝突する直前) の大球と小球の運動量の和を求めよ。
 - (3) 大球と小球が衝突した後の大球および小球の速度 v_M 、 v_m を求めよ (ヒント: 衝突の前後で運動エネルギーの和が保存されるなら、大球から見た小球の相対速度の大きさは変化せず、符号は反転する)。
 - (4) $M \gg m$ のとき、小球は h の何倍の高さまで飛び上がるか?
 - (5) $M = m$ のとき何が起こるか? 小球と衝突後の大球のふるまいに注意して答えよ。
6. 質量 m の物体に働く地球からの重力のポテンシャルは、地球の中心を座標の原点とすれば、 $U(\mathbf{r}) = -GMm/r$ (G は万有引力定数、 M は地球の質量、 r は原点からの距離) である。
- (1) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})$ を実際に計算することにより、質量 m の物体に働く重力を求めよ。
 - (2) 地球の半径を R とする。地球表面の重力加速度 g を R 、 G 、 M を用いて表わせ。
 - (3) 無限遠で静止していた隕石が、地球の引力のみを受けて加速され、地球に衝突したとする。 $R \cong 6400 \text{ km}$ として、地球に衝突する直前の速さを有効数字 2 桁で計算せよ。

7. 授業やレポート問題に対する感想、要望など、自由に書いてください。