

ニュートンの運動方程式 (第2法則)

運動量 (質量 × 速度) の単位時間あたりの変化とは

$$\frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} = ma \quad \left(a \equiv \frac{dv}{dt} \right)$$

これが、物体に加えられている力に等しいとするのが第二法則

$$F = ma$$

この式は、力の単位を定義していると考えられることができる。

1 kgの物体に 1m/s²の加速度を生じさせる力を 1N (ニュートン) と定義する。1N = 1kg m/s²

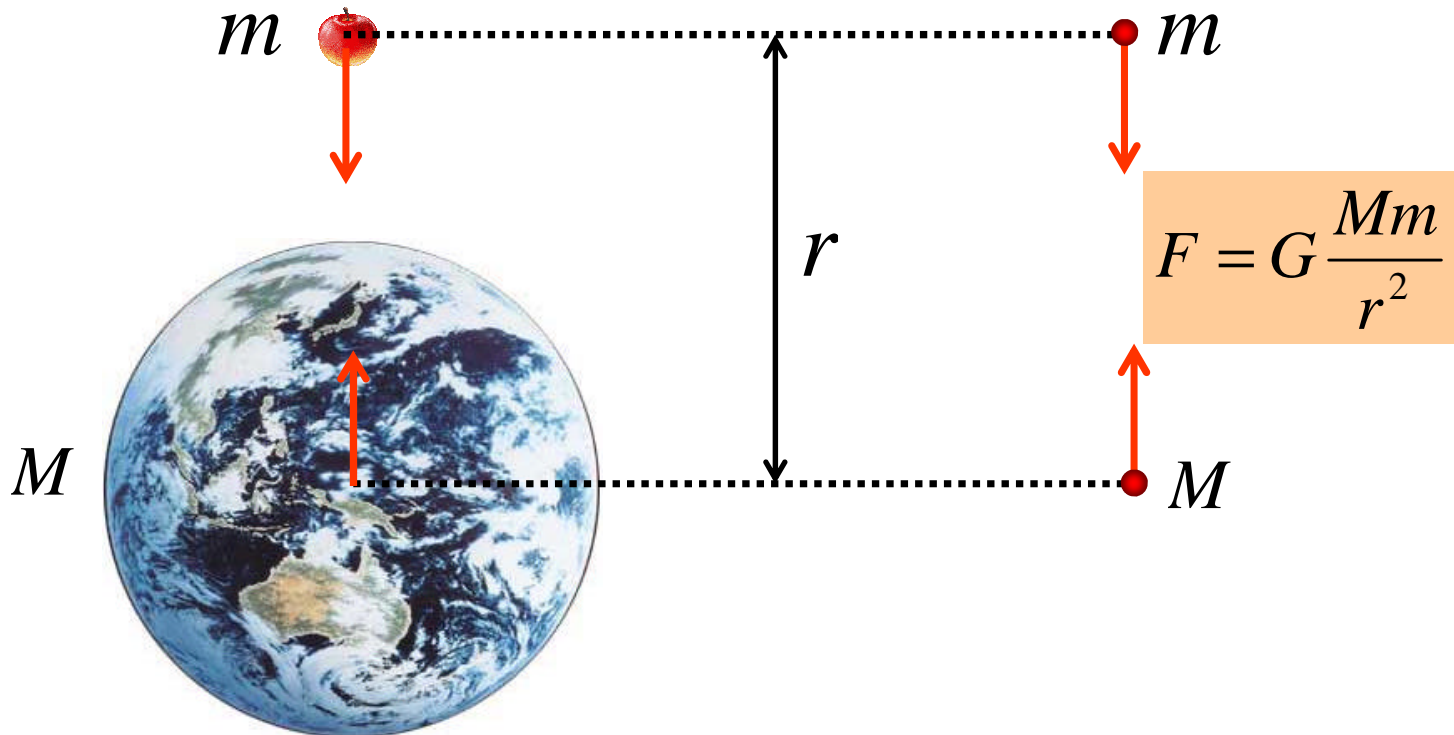
(例題) 質量が 1kgの物体に働く重力は何N (ニュートン) か？

(答え) 手を離すと9.8m/s²で落下するので、 $F = 1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 9.8 \text{ N} = 1 \text{ kgf(kgw)}$

大きさのある物体からの重力

りんごと地球 (大きさあり)

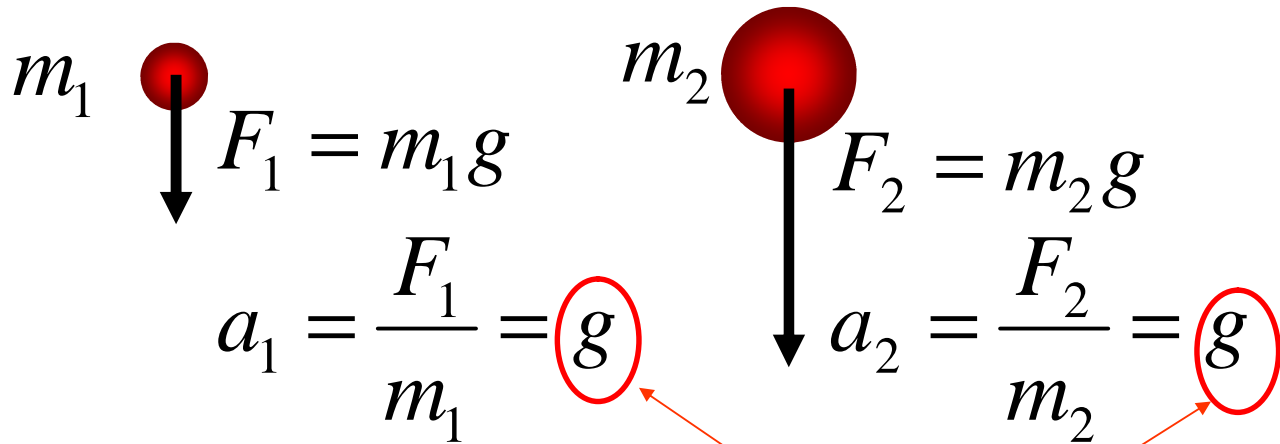
質点 (大きさなし)



(定理) 大きさのある物体間に働く重力は、物体の密度分布が球対称ならば全質量が中心に集まった仮想的な質点の間に働く重力に等しい

地球上の物体に働く重力

$$F = G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus}^2} = mg \left(g = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} \approx 9.8 \text{ m/s}^2 \right)$$



地球

加速度が質量に依らない!

キャベンディッシュの実験 (1797)

地球の質量を量る

$$F = G \frac{M_{\oplus} m}{R_{\oplus}^2} = mg \left(g = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} \approx 9.8 \text{ m/s}^2 \right)$$

地球の半径Rと重力加速度はわかっている
 ので、万有引力定数Gがわかれば、
 地球の質量Mが求められる。

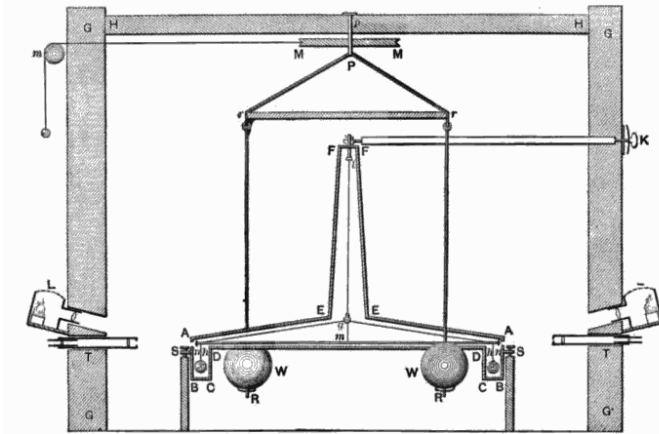
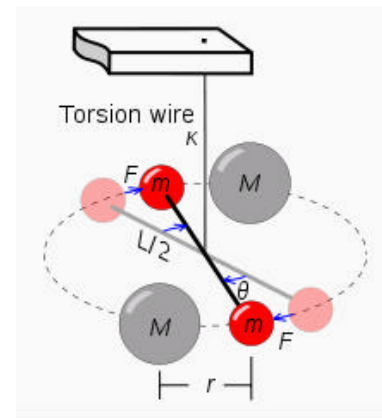


Fig. 1



Wikipediaより

キャベンディッシュの実験結果

地球の比重 = 5.448 ± 0.033

($G = 6.74 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$)

現在知られているデータ

$G = (6.67428 \pm 0.00067) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$

$M_{\oplus} = (5.97219 \pm 0.00060) \times 10^{24} \text{ kg}$

「慣性質量」と「重力質量」

物体の質量には色々ある (かもしれない)

- 慣性質量 : 物体の 動かしにくさ (慣性) を表す量。加速度は質量に反比例する。

$$F = m_I a \rightarrow a = \frac{F}{m_I}$$

- 重力質量 : 他の物体から、その物体に加わる「重力の大きさ」を表す量。重力は質量に比例する

$$F = G \frac{M m_g}{R^2} = m_g g$$

実験事実 : 観測される重力加速度は、物質の種類や体積に依存しない 慣性質量と重力質量は比例する

実験結果

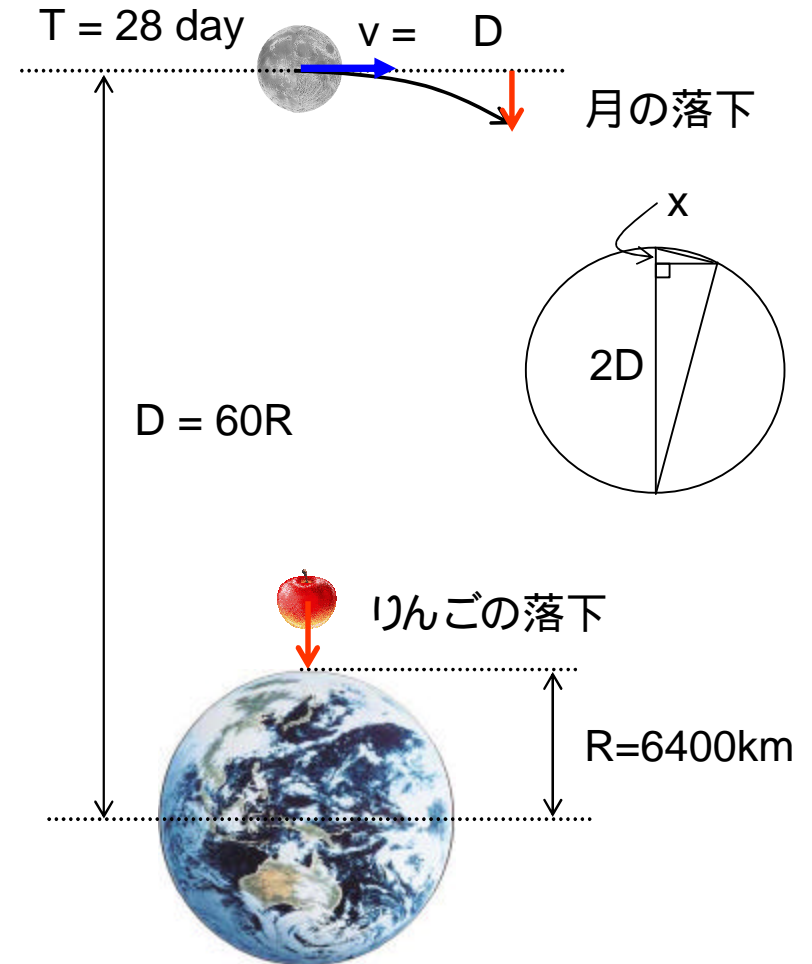
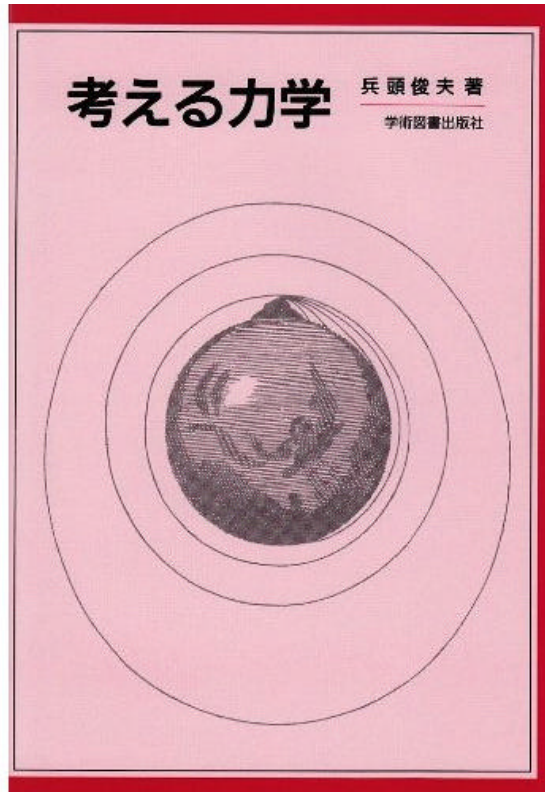
$$a = \frac{F}{m_I} = \frac{m_g}{m_I} g = g ?$$

アインシュタインの一般相対性理論では、両者は同一のものとみなす (等価原理)

$$m_g = m_I = m$$

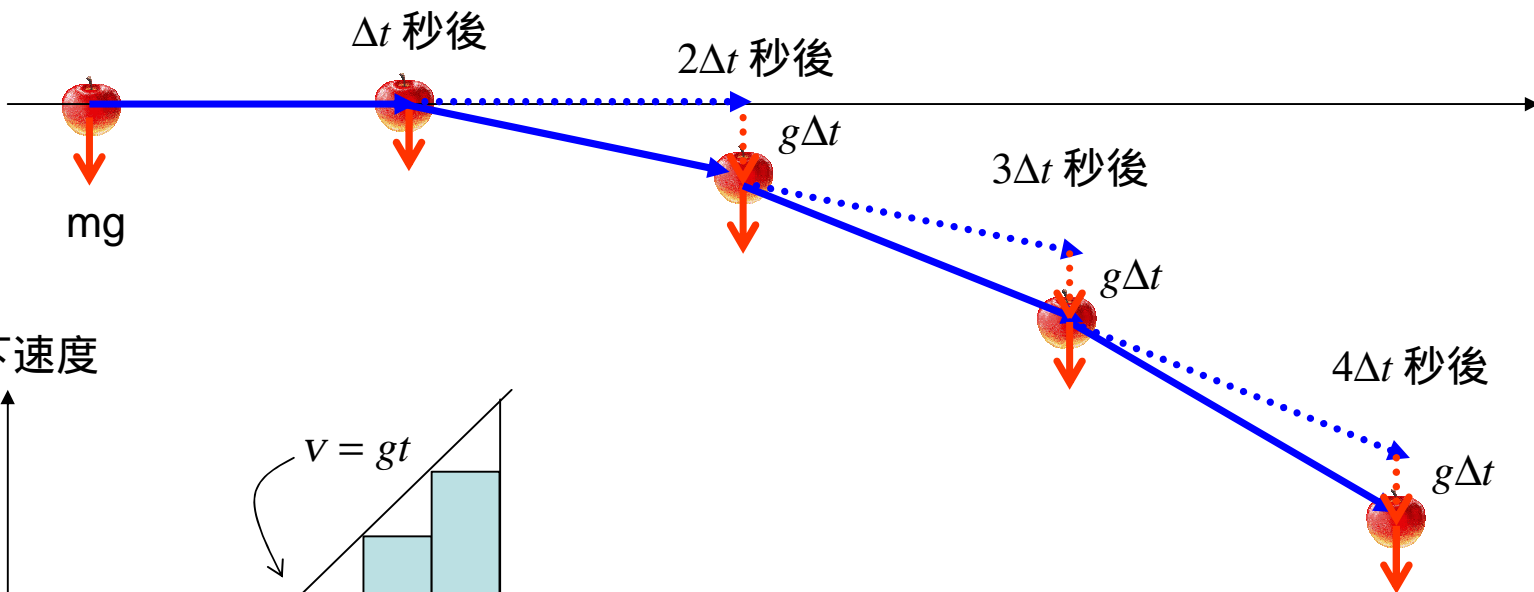
今後、この授業でも両者を区別せずに m と表す。

地上のリンゴと月の落下

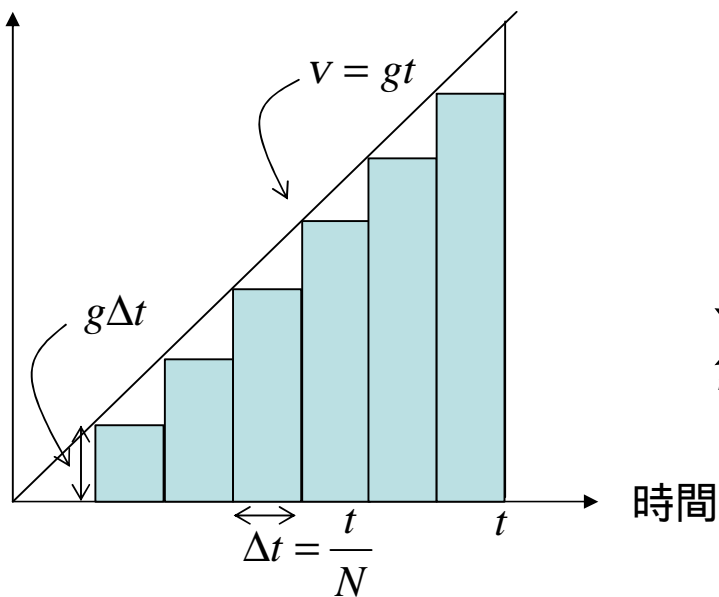


Not to scale(縮尺は合っていない)

撃力近似と積分



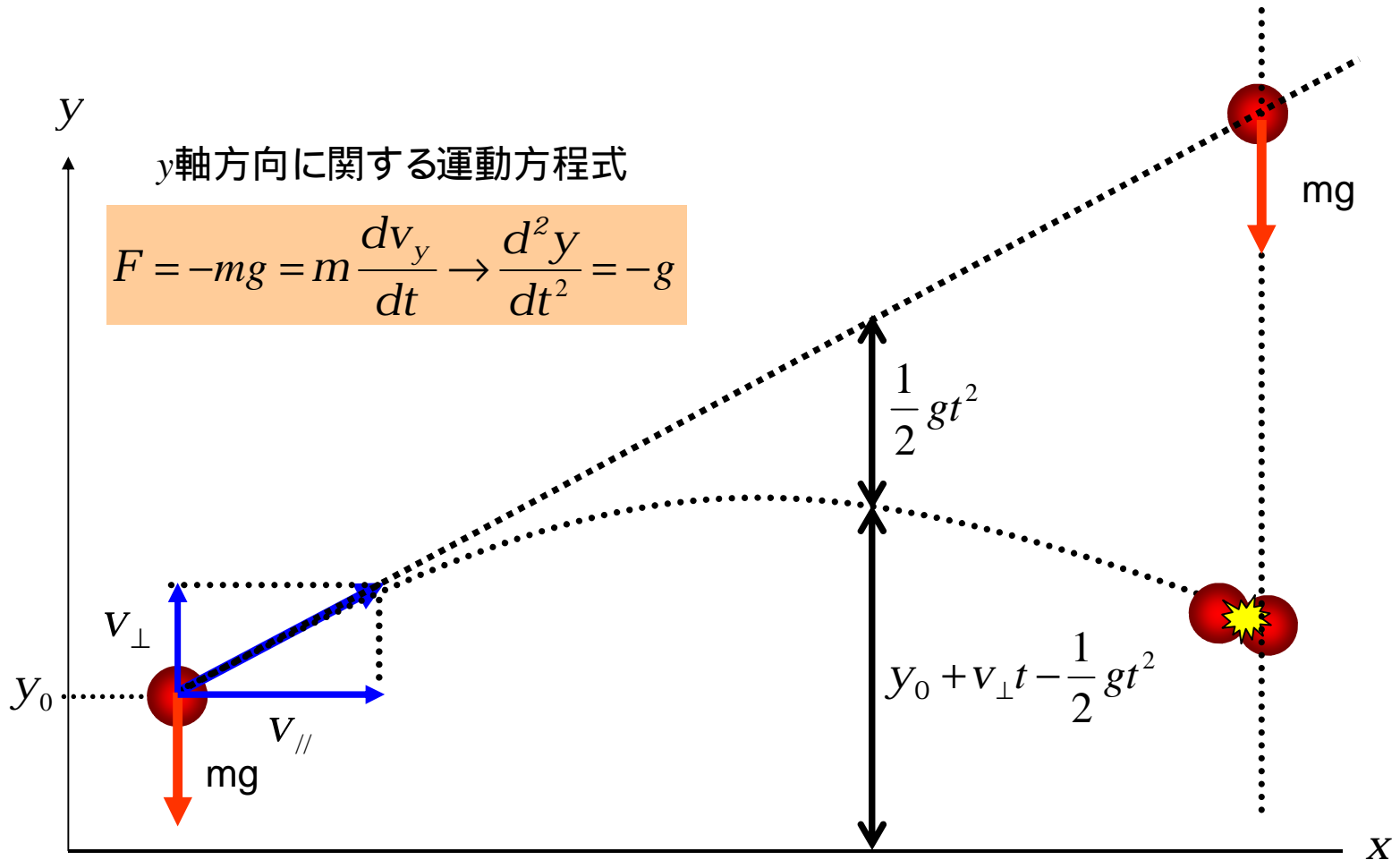
落下速度



$$\sum_{n=1}^N (n-1)g\Delta t \cdot \Delta t = \frac{gt^2}{N^2} \sum_{n=1}^N (n-1) = \frac{1}{2} gt^2 \frac{N(N-1)}{N^2}$$

$N \rightarrow \infty$
 \downarrow
 1

Monkey Hunting



MIT Physics Demo

Monkey and a Gun

**MIT Department of Physics
Technical Services Group**

<http://techtv.mit.edu/videos/735-monkey-and-a-gun>