速度に比例する抵抗（粘性抵抗）の働く場合の単振動（ばね定数k、質量m）を考える。
自然長からの伸び$x(t)$のみたす運動方程式は

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

ここで、$g = b/2m$、$w_0 = \sqrt{k/m}$とおくと、

$$\ddot{x} + 2g\dot{x} + w_0^2 x = 0$$

$a \neq w_0$の場合、一般解は

$$x(t) = Ae^{l_+ t} + Be^{l_- t} \quad （ただし\ l_\pm = -g \pm \sqrt{g^2 - w_0^2}）$$

である。ここでは、$w_0 > g$（抵抗が小さく、振動が観測される場合）について考える。このとき、$g^2 - w_0^2 < 0$であるから$l_\pm$は複素数となる：

$$l_\pm = -g \pm iw \qquad （w \equiv \sqrt{w_0^2 - g^2}）$$

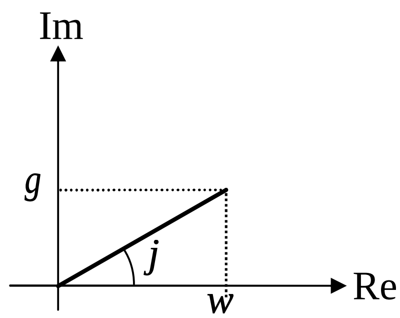
よって、一般解は、

$$x(t) = Ae^{(-g+iw)t} + Be^{(-g-iw)t} = e^{-gt}(Ae^{iwt} + Be^{-iwt})$$

となる。初期条件は、$t = 0$で$x = x_0$、$\dot{x} = 0$とすると、

$$A + B = x_0$$

$$A(-g + iw) + B(-g - iw) = 0$$



これらより、

$$A = x_0 \frac{w - ig}{2w} = x_0 \frac{\sqrt{w^2 + g^2}}{2w} e^{-ji}$$

$$B = x_0 \frac{w + ig}{2w} = x_0 \frac{\sqrt{w^2 + g^2}}{2w} e^{ji}$$

ここで、$\tan j = g/w$となるようにjを定義した。よって、求めるべき$x(t)$は

$$x(t) = x_0 \frac{\sqrt{w^2 + g^2}}{2w} e^{-gt}\left(e^{-ji}e^{iwt} + e^{ji}e^{-iwt}\right) = x_0 \frac{\sqrt{w^2 + g^2}}{2w} e^{-gt}\left(e^{(wt-j)i} + e^{-(wt-j)i}\right)$$

$$= x_0 \frac{\sqrt{w^2 + g^2}}{w} e^{-gt}\cos(wt - j)$$

となる。これは、振幅が指数関数的に減衰する単振動（減衰振動）である。