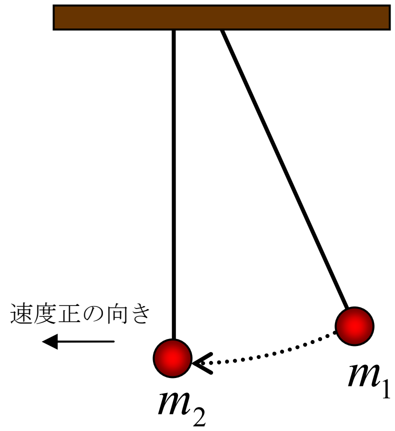
平成 25 年度夏学期　力学 B（鳥井）レポート問題１２

出題：６月 27 日　締切：7 月 4 日授業開始前



１．質量がそれぞれ m_1、m_2 の球（球１、球２と呼ぶ）を長さの等しいひもでつるし、静止している球２に向かって速度 v_1 で球１を衝突させた。その直後の球１、球２の速度を、それぞれ v_1'、v_2' とする。衝突の際、球の力学的エネルギーは保存されるとして、以下の問いに答えよ。

（１）　運動量保存則を式で表わせ。

（２）　エネルギー保存則を式で表わせ。

（３）　（１）、（２）より、v_1'、v_2' を v_1、m_1、m_2 で表わせ。また衝突直後における球１に対する球２の相対速度を求めよ。

（４）　①$m_1 >> m_2$、②$m_1 = m_2$、③$m_1 << m_2$ における v_1'、v_2' をそれぞれ求めよ。

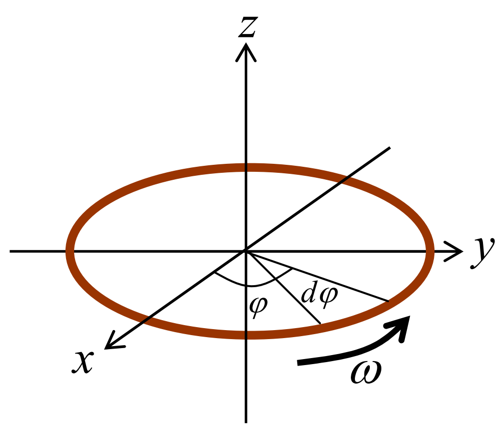
（５）　机上に置いた１円玉、10 円玉、500 円玉などを指ではじいて衝突させ、（４）の結果を実際に確認してみよ。

２．地球による重力のポテンシャルは、地球の中心を座標の原点とすれば、$a \equiv GM$（G は万有引力定数、M は地球の質量）として

$$U(\boldsymbol{r}) = -\frac{a}{r} = -\frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

と表現できる。このポテンシャルより $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -\nabla U(\boldsymbol{r})$ を実際に計算することにより、地球の重力の場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ を求めよ。

３．$z = 0$ 平面内にある半径 a、単位長さあたりの質量 ρ のリングが、z 軸を回転軸として、角周波数 ω で図の向きに回転している（角速度ベクトルは $\boldsymbol{\omega} = \omega \boldsymbol{e}_z$）。以下の問いに答えよ。



（１）　リング上の位置を極座標表示する。リング上の φ から $\varphi + d\varphi$ の部分の質量を求めよ。

（２）　リング上のある部分の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とすると、その部分の速度ベクトルが $\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$ と表わせること示せ。

（３）　リング上の φ から $\varphi + d\varphi$ の部分の角運動量を求めよ。大きさだけでなく、向きも答えること。

（４）　リング全体の角運動量を求めよ。

（５）　リング全体の質量を M として、リングの慣性モーメント I を求めよ。

（６）　余裕のあるものは、半径 a、単位面積あたりの質量 ρ（全体の質量 M）の円盤の角運動量および慣性モーメントを求めよ。