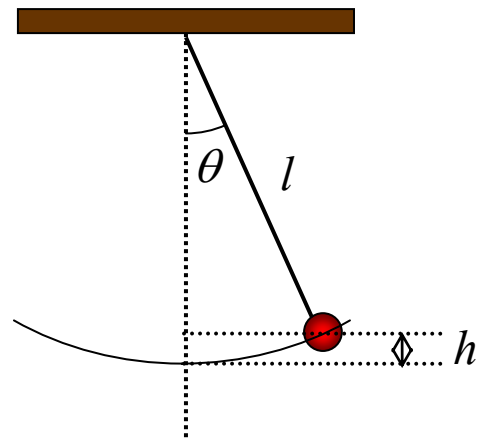


平成 25 年度夏学期 力学 B (鳥井) レポート問題 1 1

出題：6月20日 締切：6月27日授業開始前

1. ひもの長さが l 、球の質量が m の単振り子を考える。鉛直方向からのひもの角度を θ 、球の最下点から高さを h とする。



- (1) $\theta \ll 1$ として、 θ が満たす微分方程式を求めよ ($\sin \theta \cong \theta$ の近似を用いよ)。
- (2) 時刻 $t = 0$ で $\theta = \theta_0$ 、初速度ゼロとして (1) の微分方程式の解を求めよ。
- (3) $\theta \ll 1$ として、 h を θ で表わせ ($\cos \theta$ の近似式として、テイラー展開の 2 次までの式を用いよ)。
- (4) (3) の結果を用いて、球の持つ位置エネルギーを θ の関数として表わせ。
- (5) 球の運動エネルギーとポテンシャル (位置) エネルギーの和は時間的に変化しない、つまり保存することを (2) および (4) の結果より計算で示せ。

2. 万有引力定数を G 、地球の質量を M 、地球の半径を R とする。

- (1) 重力に逆らって質量 m の物体を地表から無限遠まで押し続けるために必要な仕事を求めよ。



$$F = -G \frac{Mm}{r^2} e_r$$



- (2) 実際には、我々は空気のない宇宙まで行って物体を押し続けるわけにはいかない。そこで物体に初速度を与えて物体を無限遠まで運ぶことにしよう。運動エネルギーの変化は、重力が物体になす仕事 (この場合、負の値を持つ) に等しいことを用いて、最低限必要な初速度を求めよ (これは**第二宇宙速度**と呼ばれ、第一宇宙速度 (約 7.9 km/s) の $\sqrt{2}$ 倍である)。

3. エネルギーには熱や光など様々な形態があり、その総和が保存するという「エネルギー保存則」の考えは 19 世紀半ばに登場した (エネルギーの概念がどのように成立してきたかは別紙の東京書籍『新編物理基礎』 p 154-155 を参照のこと)。20 世紀に入り、エネルギー保存則を一見破るような現象 (β 崩壊) が見つかったが、実際は保存されていることが判明した。現在では、ほとんどの物理学者がエネルギー保存則は例外なく成立すると信じている。皆さんの身の回りで「一見エネルギーが保存していないように見える」現象を一つ取り上げて、どう考えれば保存することになるのか説明せよ。以下に例を挙げる (採用してもよい)。

- 水飲み鳥 (コップに水を満たしておけば、首振り運動を続けるおもちゃ)
- 動いているボール (運動エネルギーを持つ) と同じ速度で走ったら、ボールが止まって見えたので運動エネルギーが消失した?
- 体重 80kg のブブカは 100m を 10 秒で走ることができる。そのブブカの棒高跳びの世界記録は 6m14cm (1994 年) である。単純に助走スピードを 10m/s とすると、助走時の運動エネルギーは 4000J である。これはブブカを 5m しか持ち上げることができない。