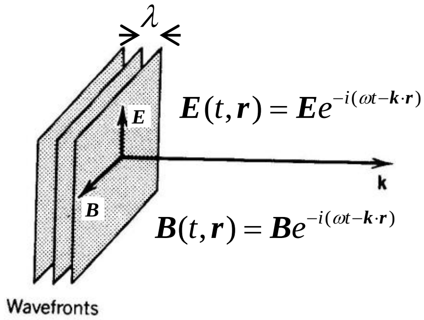
統合自然科学科　第４学期　電磁気学（担当：鳥井）　レポート問題１３

出題：平成 27 年 1 月 15 日　締切：平成 27 年 1 月 26 日 5 限補講開始前

１．１．一般に平面波は波の進む方向の波数ベクトル $\boldsymbol{k}$（大きさ $k=2\pi/\lambda$、λ は波長）と角振動数 ω で特徴付けられ、平面波の位相は $\phi(t,\boldsymbol{r})=\omega t-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}$ と表すことができる。ある慣性系で見た波の節（腹）は、別の慣性系でも節（腹）に見えるので、位相は慣性系に依存しないスカラー量である。



平面波の例：平面電磁波

（１）　時空座標 $(ct,\boldsymbol{r})$ は４元ベクトルである。平面波の位相がスカラーであるためには、$(\omega/c,\boldsymbol{k})$ が４元ベクトルでなければならないことを示せ。

（２）　1924 年、ド･ブロイは電子のように質量を持つ粒子も波動性を持つと提唱した。波としての電子の角振動数がアインシュタインの光量子仮説と同じく $E=\hbar\omega$ の関係を満たすなら、電子波（ド・ブロイ波）の波数ベクトルは $\boldsymbol{k}=\boldsymbol{p}/\hbar$ で与えられる、つまりド・ブロイ波長が $\lambda=h/p$ で与えられることを示せ（これは実際にド・ブロイが展開した論法である)。電子の波動性は 1927 年にニッケル単結晶による電子線回折で確認された。

（３）　ド･ブロイ波の群速度 $\partial\omega/\partial k=\partial E/\partial p$ は粒子の速度に等しくなることを示せ。

２．光子の４元運動量 $(E/c,\boldsymbol{p})$（もしくは同等であるが電磁波の４元波数ベクトル $(\omega/c,\boldsymbol{k})$）のローレンツ変換を考えることにより、ある慣性系で角周波数 ω を持つ光を、光の進行方向と平行に速度 v で移動している観測者が観測した場合の角周波数 ω' を求めよ。$\Delta\omega=\omega'-\omega$ は光の**ドップラーシフト**と呼ばれる。観測者の速さが光速に比べ十分遅い場合（$v<<c$）、光のドップラーシフトは音源が静止している場合の音のドップラーシフトと同じ式 $\Delta\omega=-kv$ で表わせることを示せ。

３．陽子（P）の反粒子である反陽子（$\overline{\mathrm{P}}$）の生成は、1955 年にセグレとチェンバレン（ともに 1959 年にノーベル物理学賞受賞）によってカリフォルニア大学バークレー校の加速器ベバトロンを用いて最初に実現された。彼らは、加速した陽子（入射陽子）を静止した陽子（ターゲット）に衝突させ、

$$\mathrm{P}+\mathrm{P}\to\mathrm{P}+\mathrm{P}+\mathrm{P}+\overline{\mathrm{P}}$$

という素粒子反応により反陽子を生成した。陽子および反陽子の静止質量を M（静止エネルギー $Mc^2=938\ \mathrm{MeV}$、$1\ \mathrm{MeV}$ は電子を 10^6 V の電圧で加速した際の運動エネルギー）として、この素粒子反応がエネルギー保存則を満たすために必要な入射陽子の運動エネルギー（全エネルギーから静止エネルギーを引いたもの）を求めよ。