

統合自然科学科 第4学期 電磁気学 (担当: 鳥井) レポート問題8

出題: 11月27日 締切: 12月4日授業開始前

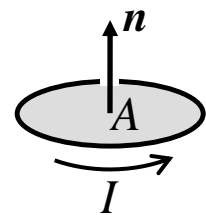
1. 加えられた電場 \mathbf{E} に分極 \mathbf{P} が常に比例する理想的な誘電体を考える。この誘電体の電気感受率を χ (つまり $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$) とすると、誘電率は $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi)$ (ϵ_0 は真空の誘電率) と表わせる。

- (1) この誘電体の比誘電率を $k_\epsilon \equiv \epsilon / \epsilon_0$ と定義する。屈折率と比誘電率の関係を求めよ。
- (2) (1) の関係は実在する物質に適用できるだろうか? 理科年表のデータ (別紙) を参考にして、自由に考察せよ。例えば以下の質問に答えられるだろうか?
 - ・ (1) の関係によく従う物質の特徴は何か?
 - ・ (1) の関係に従わないとしたら、それはなぜか?

2. 磁石が作る磁場の主な起源は、電子が本来的に持っている磁気モーメントである (電子の軌道運動の寄与も僅かにある)。電子の磁気モーメントの大きさは、およそ

$$\mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m} \cong 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \text{ である。この値はボア磁子 (Bohr magneton) と呼ばれる。この値は次のようにして求められる。}$$

- (1) 半径 a の円軌道を、電荷 e 、質量 m を持つ電子が速さ v で回っている。この電子の回転運動が作る電流 I 、電子が持つ磁気モーメントの大きさ m 、電子の角運動量 L をそれぞれ求めよ。
- (2) この電子の角運動量 L が \hbar (プランク定数を 2π で割ったもの) に等しいとき、この電子が持つ磁気モーメントは、軌道の半径に依らずボア磁子に等しくなることを示せ。



*ここで求めたのは、電子の軌道角運動量に付随する磁気モーメントの大きさである。電子そのものの角運動量 (スピン) は $\hbar/2$ なので、ボア磁子の半分の磁気モーメントを持つと期待されるが、実際は電子スピンもボア磁子と (ほぼ) 同じ磁気モーメントを持つ。このことを最初に実験で確認したのは、アインシュタインとド・ハース (1915年) であり、ディラックの相対論的量子力学 (1928年) によって理論的に説明された。

3. 鉄原子 1 個あたり 2 個の電子が磁化に寄与すると仮定し、鉄を用いた磁石が持ちうる最大の残留磁束密度を計算せよ。ネオジム磁石 ($\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$) の残留磁束密度 $B_r = 1.4 \text{ T}$ は、その理論的境界にどれだけ近いか (つまりネオジム磁石を大幅に上回る磁石を開発することは原理的に可能か) 検討せよ。鉄の密度などは各自で調べよ。必要ならば、以下の MIT の OpenCourseWare (ビデオ講義) を参考にせよ。

<http://ocw.mit.edu/courses/physics/8-02-electricity-and-magnetism-spring-2002/video-lectures/lecture-22-hysteresis-and-electromagnets/>