

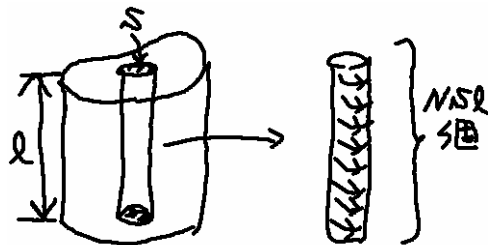
統合自然科学科 第4学期 電磁気学 (担当: 鳥井) レポート問題7

出題: 平成26年11月20日 締切: 平成26年11月27日

- 電場を加えると分極が生じる物質を一般に誘電体と呼ぶ。加えた電場に分極ベクトルが比例する誘電体を考える。このとき、 $\mathbf{P} = \epsilon_0 c \mathbf{E}$ (ϵ_0 は真空の誘電率、 c は無次元の係数で電気感受率と呼ばれる) と書き表すことができる。
 - マクスウェル方程式の第1式 $\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \mathbf{r}$ における電荷密度分布 \mathbf{r} は自由電子の寄与 $\mathbf{r}_{\text{自由}}$ と分極の寄与 $\mathbf{r}_p = -\nabla \cdot \mathbf{P}$ の和と考えなければならない。それでも強引に $\nabla \cdot \mathbf{D} = \mathbf{r}_{\text{自由}}$ という形の方程式が欲しければ、 \mathbf{D} をどのように定義すればよいか?
 - 歴史的な背景により、 \mathbf{D} には電束密度という名称が与えられている。このときの電束密度 \mathbf{D} と電場 \mathbf{E} の関係を求めよ。
 - (2) で求めた関係を $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ と表わしたときの係数 ϵ を、その誘電体の誘電率という。この記号を用いて、方程式 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \mathbf{r}_{\text{自由}}$ より \mathbf{D} を消去せよ (つまり誘電体の誘電率がわかっているならば、 \mathbf{D} などあえて定義する必要はないわけだ)。
 - この誘電体中を伝播する電磁波の位相速度 (等位相面が移動する速さ) および屈折率を求めよ。

- 一様な磁化 \mathbf{M} を持つ磁石を考える。1822年にアンペールが主張したように、磁石は微小な磁気モーメント $\mathbf{m} = I \mathbf{S} \mathbf{n}$ (I は電流、 S は電流が囲む面積、 \mathbf{n} は法線ベクトル) を持つ粒子 (原子や分子) から構成されていると考える (E·B 対応)。磁気モーメントを持つ粒子の密度を N として以下の問に答えよ。

- 右図のように、磁石から断面積 S 、高さ l の円柱を抜き出して考える。この円柱に含まれる磁気モーメントをもつ粒子の個数は NSl であり、各々の磁気モーメントには電流 I が流れている。この断面積 S の円柱の側面を流れる単位長さ (高さ方向) あたりの電流の大きさ (面電流密度) を求めよ。



- 磁化ベクトルは、単位体積あたりの磁気モーメントの和 $\mathbf{M} \equiv N \mathbf{m}$ で定義される。(1) で求めた面電流密度を、磁化ベクトルの大きさ M を用いて表せ。
- 断面積 S の円柱は、ソレノイドコイルとみなすことができる。このソレノイドコイルの内部の磁束密度 (磁石の残留磁束密度 B_r と呼ばれる) を M を用いて表せ (アンペールの法則を用いよ)。
- (2) で求めた断面積 S の円柱の面電流密度は、(磁石が十分細長ければ) 磁石の側面を流れる面電流密度とみなせる。それはなぜか?
- 現在、世界最強の磁石は日本人の佐川真人が発明したネオジム磁石であり、その残留磁束密度は、1.4 T (テスラ) である。1辺が 1cm のネオジム磁石の表面を流れる磁化電流の大きさを計算せよ (真空の透磁率は $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ である)。