科目名 物理学Ａ（電磁気学）		教官名 鳥井寿夫	平成１５年２月 12 日４限 試験時間９０分
指定クラス 理科 II,III　4, 8 組	解答用紙 両面１枚	計算用紙 １枚	持ち込み不可

次の[I]、[II]、[III]のすべてに解答しなさい。

[I] 以下の問いに答えよ（２０点）

（１）真空中のマックスウェル方程式（電場のガウスの法則、電磁誘導の法則、アンペールの法則、磁場のガウスの法則）を列挙せよ。

（２）マックスウェル方程式に登場する物理定数 ε_0 および μ_0 の日本語の名称を答えよ。

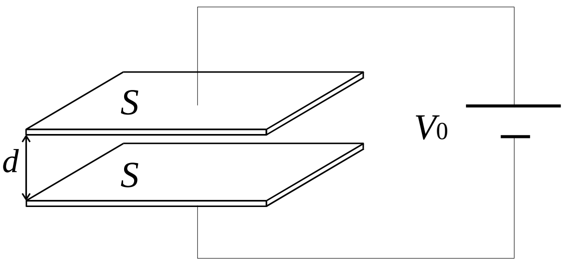
（３）ε_0 および μ_0 の具体的な値を有効数字 2 桁で答えよ。覚えていない場合は、以下のヒントを参考に自力で計算せよ。

（ヒント１）１A の定義

> １A は、真空中に 1 m の間隔で平行に置かれた無限に小さい円形断面積を有する無限に長い 2 本の直線状導体のそれぞれを流れ、これらの導体に 1 m ごとに 2×10^{-7} N の力を及ぼし合う一定の電流

（ヒント２）真空中の光速は $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ で与えられ、その値は約 3.0×10^{8} m/s である。

[II] 右図のように表面積 S 、間隔 d の平板導体を平行に置いて作ったコンデンサーに起電力 V_0 の電池をつなぎ帯電させた。平板導体上の電荷密度は一定とし、コンデンサーは定常状態にあるものとして、以下の問いに答えよ。（４０点）



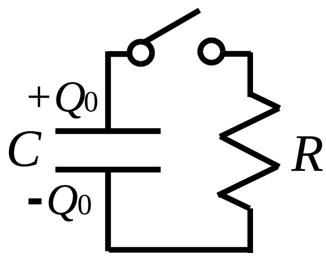
（１）コンデンサー内部の電場の大きさ E を V_0 と d を用いて表せ。

（２）プラス側の導体の電荷量 Q_0 をガウスの法則を用いて求めよ。

（３）このコンデンサーの電気容量 C を求めよ。

（４）このコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを C と Q_0 を用いて表せ。

次に、この帯電したコンデンサーを右図のように抵抗 R の抵抗体につなぎ、時刻 $t=0$ にスイッチを入れて放電を開始した。以下の問に答えよ。



（５）時刻 t に抵抗体を流れている電流の大きさを $I(t)$ とする。このとき、時刻 t における抵抗体の両端の電位差 $V(t)\ (>0)$ を $I(t)$ を用いて表せ。

（6）時刻tにコンデンサーに帯電している電荷量（プラス側の導体の電荷量）を$Q(t)$とする。このとき、時刻tにおけるコンデンサーの電位差$V(t)$を$Q(t)$を用いて表せ。

（7）（5）と（6）で求めた$V(t)$は、$t>0$では等しいはずである。これと、電流が

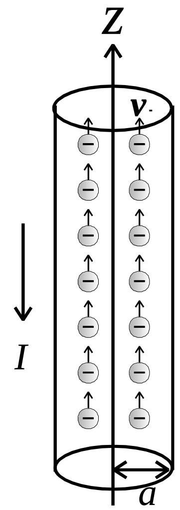
$$I(t)=-\frac{dQ(t)}{dt}$$

と表せることを利用して、$Q(t)$に関する微分方程式を導け。

（8）（7）で導いた$Q(t)$の微分方程式を解け（ヒント：解は$Q(t)=Ae^{-\alpha t}$の形になる)。

（9）（8）の解答より$I(t), V(t)$が求まる。これらを利用して、時刻tにおける抵抗体の電力（単位時間当たりに発生するジュール熱）$P(t)$を求めよ。

（10）（9）で求めた$P(t)$を時刻$t=0$から$t=\infty$まで積分することによって、抵抗体で発生するジュール熱の総量を計算せよ。その結果は（4）の結果と一致したか？しないならその原因は何か？



[III] 特殊相対性理論によると、一様な電流密度で電流が流れている導線は、導線（正イオン）とともに静止している座標系では$\rho=\rho_- v_-^2/c^2$だけ帯電していなくてはならない。ここでρ_-は自由電子の電荷密度、v_-は自由電子の移動速度の大きさである。このρを相対論を用いずに導いてみよう。今、右図のようにz軸を中心軸とする半径aの円柱状の導線内を電荷密度$\rho_-=-en_-$ ($n_->0$は電子数密度、$e>0$は電気素量)の自由電子が速度$\boldsymbol{v}_-=v_-\boldsymbol{e}_z$で一様に移動しているとする。以下の問いに答えよ。（４０点）

（1）この導線中の電流密度$\boldsymbol{j}$および電流の大きさIを求めよ。

（2）導線の中心軸からの距離がrの位置における磁場の大きさ$B(r)$を i)$0\le r\le a$の場合、ii）$r>a$の場合に分けて求め、その関数形をグラフ化せよ。

（3）導線内を移動している自由電子は、（2）i)で求めた磁場より狭義のローレンツ力$\boldsymbol{F}_B=-e(\boldsymbol{v}_-\times\boldsymbol{B})$を受ける。中心軸からの距離が$r$（$0\le r\le a$）の位置にある自由電子が受ける狭義のローレンツ力の大きさ$F_B(r)$と向きを求めよ。

（4）自由電子が最初に仮定したように導線内を速度$\boldsymbol{v}_-=v_-\boldsymbol{e}_z$で移動するためには、（3）で求めた狭義のローレンツ力$\boldsymbol{F}_B$を打ち消す力が自由電子に働いていなければならない。その力は電場から受けているはずである。その電場$\boldsymbol{E}(r)$（$0\le r\le a$）の向きと大きさを求めよ。

（5）導線は（4）で求めた電場分布$\boldsymbol{E}(r)$が導線内で実現されるように、ある電荷密度ρで一様に帯電する（ホール効果)。このρをガウスの法則を利用して求めよ。結果は相対論から求まる値$\rho=\rho_- v_-^2/c^2$と一致したか？