第2章
定常電流

電流密度

物質中の正電荷 (陽子) の密度を$\rho_+(\boldsymbol{r})(>0)$
負電荷 (電子) の密度を $\rho_-(\boldsymbol{r})(<0)$

正電荷、負電荷がそれぞれ平均速度$\boldsymbol{v}_+(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{v}_-(\boldsymbol{r})$で移動しているとき
電流密度は以下のように定義される:

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \rho_+(\boldsymbol{r})\boldsymbol{v}_+(\boldsymbol{r}) + \rho_-(\boldsymbol{r})\boldsymbol{v}_-(\boldsymbol{r})$$

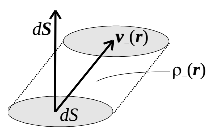
一般的な導体 (金属) では、陽子 (原子核) は移動せず、電子のみ移動するので

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \rho_-(\boldsymbol{r})\boldsymbol{v}_-(\boldsymbol{r})$$

電流

導体内のある面素dS を単位時間に通過する電荷量は

$$\rho_-(\boldsymbol{r})\boldsymbol{v}_-(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S} = \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S}$$



導線 (細長い導体) を流れる**電流**とは、導線のある断面Sを単位時間に通過する電荷量で定義される:

$$I = \int_S \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S}$$

特に、導線内で電流密度が一定で、断面が電流密度に垂直な場合

$$I = j\int_S dS = jS$$

第2章レポート問題1

断面積が1mm^{2}の銅線に1Aの電流 (一秒間に1Cの電荷) が流れている。銅線内の電流密度は一様と仮定して、銅線内の自由電子の移動する速さを求めよ。ただし、銅の密度は8.93g/cm^3、原子量は63.5、アボガドロ数は6.02×10^{23}、電気素量 (電子の電荷) は1.60×10^{-19}とし、銅原子1個あたり1個の自由電子を持つとする。

オームの法則

導体内の電流密度 $j(r)$ は、その位置の電場$E(r)$比例 する (**オームの法則**)

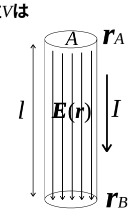
$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \sigma \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$$ (**σ**:**電気伝導度**、または**電気伝導率**)

断面積A、長さl、電気伝導度 σの導線に電流Iが流れているとき、位置A (上流) からみた位置B (下流) の電位Vは

$$V = -\int_{r_A}^{r_B}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{r} = -\frac{1}{\sigma}\int_{r_A}^{r_B}\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{r}$$

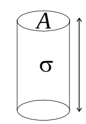
$$= -\frac{j}{\sigma}\int_{r_A}^{r_B} dl = -\frac{j}{\sigma}l = -\frac{l}{\sigma A}I$$

$$= \underbrace{\boxed{-RI}}_{\text{電圧降下}} \left(R \equiv \frac{l}{\sigma A}\right)$$



抵抗と抵抗率

$$R = \frac{V}{I}$$ 単位は[V/A] = [Ω] (オーム)



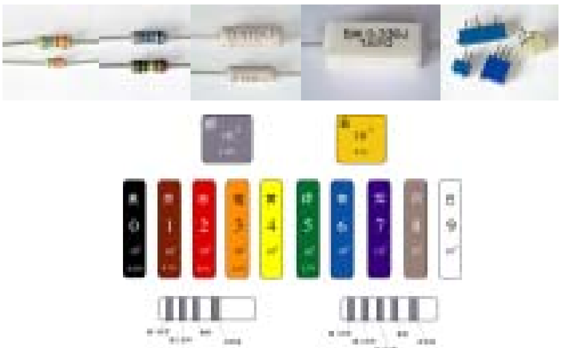
導体の抵抗は、長さに比例lし、断面積Aに反比例する。

$$R = \frac{l}{\sigma A} = \rho\frac{l}{A}$$

$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma}$$ [Ω・m]:抵抗率

抵抗率 ρ (Ω・m)	
金	2.0×10^{-8}
銀	1.5×10^{-8}
銅	1.7×10^{-8}
人体	約0.15
水道水	50〜100
ガラス	10^9〜10^{11}

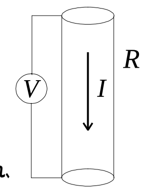
(参考)様々な抵抗とその読み方



ジュール熱

抵抗体を流れる電荷が単位時間に受ける仕事Pは、

$$P = VI = RI^2$$



Pは**仕事率** (power) または**電力**と呼ばれ、その単位は J/s = W(ワット)

電荷になされた仕事は、電荷 (導体では自由電子) と抵抗体中の原子や不純物との衝突を通して、抵抗体の熱エネルギー (**ジュール熱**) に変換される

電荷の保存則

閉曲面S内にある電荷の総和の単位時間あたりの変化量は

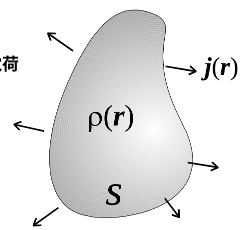
$$\frac{d}{dt}\int_V \rho(\boldsymbol{r},t)dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

閉曲面Sから単位時間あたり流出する電荷の総量は

$$\int_S \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S}$$

電荷は保存するので、

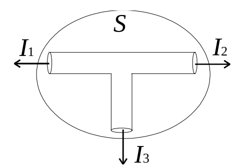
$$\int_S \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$



キルヒホフの第1法則

回路内の電荷分布は (あるとしても) 時間変化しないので、

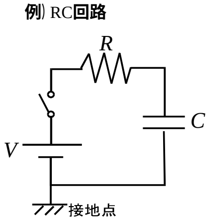
$$\int_S \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S} = \sum_i I_i = 0$$



分岐点から流れ出る電流の総和はゼロになる：**キルヒホフの第1法則**

起電力とキルヒホフの第2法則

例) RC回路



$$V - RI(t) - \frac{Q(t)}{C} = 0$$

電場は保存場なので、循環はゼロ

$$\oint_C \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{r} = 0$$

積分する向きを電流の正の向きと定義して決めておくと

$$\sum_i V_i - \sum_j R_j I_j = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_i V_i = \sum_j R_j I_j$$

起電力の和は電圧降下の和に等しい